

**Департамент освіти й науки Запорізької облдержадміністрації  
Запорізький обласний інститут післядипломної педагогічної освіти  
II етап Всеукраїнської олімпіади з математики 2018-2019 н.р.**

**11 клас**

1. Розв'яжіть нерівність  $\|x-1|-5| < 3-2x$ .
2. На виробництво з фарбування тарілок прийшло замовлення на виготовлення партії з 45 тарілок одного кольору. На складі є 13 червоних, 15 жовтих і 17 зелених тарілок. Виробництво має фарбувальний верстат, що може фарбувати тарілки в один з трьох кольорів (червоний, жовтий, зелений). Верстат працює за такими правилами: фарбувати можна тільки по дві тарілки; фарбування починається тільки якщо тарілки різнокольорові; колір фарбування не співпадає з кольорами завантажених тарілок (наприклад, червона і жовта стають зеленими). Чи можна виконати замовлення? Відповідь обґрунтуйте.
3. На продовжені найбільшої сторони  $AC$  трикутника  $ABC$  відкладено відрізок  $CD$ , причому  $CD = BC$ . Доведіть, що  $\angle ABD$  є тупим.
4. За означенням  $n! = 1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot \dots \cdot (n-1) \cdot n$ ,  $n$  факторіал – це число, що дорівнює добутку всіх натуральних чисел від 1 до  $n$ . Наприклад  $3! = 1 \cdot 2 \cdot 3 = 6$ ,  $5! = 1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4 \cdot 5 = 120$ . Який множник потрібно викреслити в добутку  $1! \cdot 2! \cdot 3! \cdot \dots \cdot 19! \cdot 20! = 1 \cdot 1 \cdot 2 \cdot 1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4 \cdot \dots \cdot 1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot \dots \cdot 19 \cdot 20$  для того, щоб отримане після викреслювання число стало квадратом деякого натурального числа?
5. Знайдіть усі функції  $f: R \rightarrow R$  такі, що для всіх дійсних  $x$  та  $y$  виконується рівність  $f(x+y) + x^2 + y^2 = f(x^2 + y^2) + x + y$ .

**На виконання роботи відводиться 4 години  
Кожне завдання оцінюється в 7 балів  
Використання калькуляторів не дозволяється**