

Департамент освіти й науки Запорізької облдержадміністрації
Запорізький обласний інститут післядипломної педагогічної освіти
II етап Всеукраїнської олімпіади з математики 2018-2019 н.р.
6 клас

1. Богдан задумав ціле число. Марійка помножила його чи то на 5, чи то на 7. Іван додав до Марійкіного результату чи то 5, чи то 7. Ганна відняла від отриманого числа чи то 5, чи то 7. В результаті отримали 2018. Яке число задумав Богдан?

Розв'язання. Нехай задумане число x . Марійка помножила його і отримала чи то $5x$, чи то $7x$. Іван додав своє число, а Ганна відняла своє. Після цього можна отримати такі вирази: $5x-2$; $5x$; $5x+2$; $7x-2$; $7x$; $7x+2$. Умові, що x – ціле число, задовольняють рівняння: $5*x-2 = 2018$ ($x=404$) та $7*x+2 = 2018$ ($x=288$).

Відповідь: 288 або 404.

2. Вік старого Чарівника записується числом із різними цифрами. Про це число відомо, що: 1) перша цифра більша за останню в 4 рази; 2) якщо першу та останню цифри закреслити, то дістанемо двозначне число, яке при сумі цифр 13 є найбільшим. Скільки років старому Чарівнику?

Розв'язання. Друга і третя цифри за умовою задачі в сумі повинні давати число 13 і бути найбільшим. Виходить число 94 ($9 + 4 = 13$). Перша цифра більше останньої в 4 рази (варіанти: перша цифра – 8, остання – 2; перша цифра – 4, остання – 1). Зрозуміло, що першою цифрою буде 8, останньою – 2. Варіант перша цифра – 4, остання – 1 відкидається, тому що буде повтор 4. Виходить перша цифра - 8, друга - 9, третя - 4 і остання - 2.

Відповідь: 8942 - стільки років старому Чарівнику.

3. Костя вимовив назви всіх натуральних чисел від 1979 до 2018 включно, а Мишко - від 1990 до 2029 включно. Хто більше вимовив слів і на скільки?

Розв'язання. Заберемо числа, що зустрічаються в обох наборах: 1990-2018. Тоді в кожного залишиться по 11 чисел: у Кості 1979-1989, у Мишка 2019-2029.

1 варіант.

Помітимо, що в назвах чисел є ті, що по чотири слова
1979(тисяча дев'ятсот сімдесят дев'ять), 1981, ..., 1989, --- 10 чисел
2021 (дві тисячі двадцять один),..., 2029 --- 9 чисел
по три
1980, (тисяча дев'ятсот вісімдесят)
2019, 2020.

В результаті Костя – вимовив 43 слова, Мишко – 42. Виходить, що Костя вимовив на одне слово більше

2 варіант.

Назви по п'ять слів:
1979(одна тисяча дев'ятсот сімдесят дев'ять), 1981, ..., 1989, --- 10 чисел;
по чотири слова
2021 (дві тисячі двадцять один),..., 2029 --- 9 чисел
1980,
по три
2019, 2020.

В результаті Костя – 54, Мишко – 42.

В цьому випадку виходить, що Костя вимовив на 12 слів більше

4. Іринка та Данилко довільними способами (довільні порядок та орієнтація) викладали на столі кісточки доміно у вигляді прямокутника 8×7 (рис.1). Іринка запропонувала Данилкові таку гру: накреслити таблицю 8×7 і у кожену клітинку записати число, що дорівнює кількості крапок на відповідній частині кісточки доміно (рис.2); потім один відвертається, а другий витирає лінії в таблиці (рис.3).

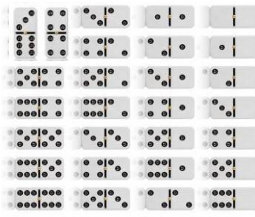


Рис.1

3	4	3	2	1	1	0	0
6	4	4	2	2	1	1	0
5	4	5	2	3	1	2	0
6	4	6	2	4	1	3	0
5	5	3	3	5	1	4	0
6	5	4	3	6	1	5	0
6	6	5	3	2	2	6	0

Рис.2

3	4	3	2	1	1	0	0
6	4	4	2	2	1	1	0
5	4	5	2	3	1	2	0
6	4	6	2	4	1	3	0
5	5	3	3	5	1	4	0
6	5	4	3	6	1	5	0
6	6	5	3	2	2	6	0

Рис.3

5	0	1	0	3	1	2	5
4	4	5	2	4	6	2	3
2	5	6	0	1	3	0	2
5	1	2	0	4	0	4	3
5	4	5	1	6	3	2	3
0	1	0	2	1	5	6	6
6	1	3	6	4	6	3	4

Рис.4

Якщо той, хто відвертався вкаже правильне розташування кісточок, то він виграє і отримає цукерку, а якщо ні, то виграє той, хто загадав. Першим відвертався Данилко. Коли він повернувся то побачив таблицю, що зображена на рис.4. Чи зможе він вказати правильне розташування та отримати приз? Допоможіть йому? Вкажіть це розташування.

Розв'язання. Використаємо звичайні властивості кісточок доміно: у наборі доміно обов'язково зустрічається кісточка з парою будь-яких чисел від 0 до 6, причому жодна така пари не повторюється двічі.

Місця всіх дублів у цій розкладці визначаються однозначно. Відзначимо їх. Звідси однозначно визначається місце розташування кісточок 5-0, 5-3, 0-2, 3-4, 0-6, 2-5. Відзначимо тепер, що якщо де небудь є перераховані пари цифр і знаходяться поруч, то вони не можуть утворювати кісточки.

<table border="1"> <tr><td>5</td><td>0</td><td>1</td><td>0</td><td>3</td><td>1</td><td>2</td><td>5</td></tr> <tr><td>4</td><td>4</td><td>5</td><td>2</td><td>4</td><td>6</td><td>2</td><td>3</td></tr> <tr><td>2</td><td>5</td><td>6</td><td>0</td><td>1</td><td>3</td><td>0</td><td>2</td></tr> <tr><td>5</td><td>1</td><td>2</td><td>0</td><td>4</td><td>0</td><td>4</td><td>3</td></tr> <tr><td>5</td><td>4</td><td>5</td><td>1</td><td>6</td><td>3</td><td>2</td><td>3</td></tr> <tr><td>0</td><td>1</td><td>0</td><td>2</td><td>1</td><td>5</td><td>6</td><td>6</td></tr> <tr><td>6</td><td>1</td><td>3</td><td>6</td><td>4</td><td>6</td><td>3</td><td>4</td></tr> </table>	5	0	1	0	3	1	2	5	4	4	5	2	4	6	2	3	2	5	6	0	1	3	0	2	5	1	2	0	4	0	4	3	5	4	5	1	6	3	2	3	0	1	0	2	1	5	6	6	6	1	3	6	4	6	3	4	<table border="1"> <tr><td>5</td><td>0</td><td>1</td><td>0</td><td>3</td><td>1</td><td>2</td><td>5</td></tr> <tr><td>4</td><td>4</td><td>5</td><td>2</td><td>4</td><td>6</td><td>2</td><td>3</td></tr> <tr><td>2</td><td>5</td><td>6</td><td>0</td><td>1</td><td>3</td><td>0</td><td>2</td></tr> <tr><td>5</td><td>1</td><td>2</td><td>0</td><td>4</td><td>0</td><td>4</td><td>3</td></tr> <tr><td>5</td><td>4</td><td>5</td><td>1</td><td>6</td><td>3</td><td>2</td><td>3</td></tr> <tr><td>0</td><td>1</td><td>0</td><td>2</td><td>1</td><td>5</td><td>6</td><td>6</td></tr> <tr><td>6</td><td>1</td><td>3</td><td>6</td><td>4</td><td>6</td><td>3</td><td>4</td></tr> </table>	5	0	1	0	3	1	2	5	4	4	5	2	4	6	2	3	2	5	6	0	1	3	0	2	5	1	2	0	4	0	4	3	5	4	5	1	6	3	2	3	0	1	0	2	1	5	6	6	6	1	3	6	4	6	3	4	<table border="1"> <tr><td>5</td><td>0</td><td>1</td><td>0</td><td>3</td><td>1</td><td>2</td><td>5</td></tr> <tr><td>4</td><td>4</td><td>5</td><td>2</td><td>4</td><td>6</td><td>2</td><td>3</td></tr> <tr><td>2</td><td>5</td><td>6</td><td>0</td><td>1</td><td>3</td><td>0</td><td>2</td></tr> <tr><td>5</td><td>1</td><td>2</td><td>0</td><td>4</td><td>0</td><td>4</td><td>3</td></tr> <tr><td>5</td><td>4</td><td>5</td><td>1</td><td>6</td><td>3</td><td>2</td><td>3</td></tr> <tr><td>0</td><td>1</td><td>0</td><td>2</td><td>1</td><td>5</td><td>6</td><td>6</td></tr> <tr><td>6</td><td>1</td><td>3</td><td>6</td><td>4</td><td>6</td><td>3</td><td>4</td></tr> </table>	5	0	1	0	3	1	2	5	4	4	5	2	4	6	2	3	2	5	6	0	1	3	0	2	5	1	2	0	4	0	4	3	5	4	5	1	6	3	2	3	0	1	0	2	1	5	6	6	6	1	3	6	4	6	3	4
5	0	1	0	3	1	2	5																																																																																																																																																																			
4	4	5	2	4	6	2	3																																																																																																																																																																			
2	5	6	0	1	3	0	2																																																																																																																																																																			
5	1	2	0	4	0	4	3																																																																																																																																																																			
5	4	5	1	6	3	2	3																																																																																																																																																																			
0	1	0	2	1	5	6	6																																																																																																																																																																			
6	1	3	6	4	6	3	4																																																																																																																																																																			
5	0	1	0	3	1	2	5																																																																																																																																																																			
4	4	5	2	4	6	2	3																																																																																																																																																																			
2	5	6	0	1	3	0	2																																																																																																																																																																			
5	1	2	0	4	0	4	3																																																																																																																																																																			
5	4	5	1	6	3	2	3																																																																																																																																																																			
0	1	0	2	1	5	6	6																																																																																																																																																																			
6	1	3	6	4	6	3	4																																																																																																																																																																			
5	0	1	0	3	1	2	5																																																																																																																																																																			
4	4	5	2	4	6	2	3																																																																																																																																																																			
2	5	6	0	1	3	0	2																																																																																																																																																																			
5	1	2	0	4	0	4	3																																																																																																																																																																			
5	4	5	1	6	3	2	3																																																																																																																																																																			
0	1	0	2	1	5	6	6																																																																																																																																																																			
6	1	3	6	4	6	3	4																																																																																																																																																																			
<table border="1"> <tr><td>5</td><td>0</td><td>1</td><td>0</td><td>3</td><td>1</td><td>2</td><td>5</td></tr> <tr><td>4</td><td>4</td><td>5</td><td>2</td><td>4</td><td>6</td><td>2</td><td>3</td></tr> <tr><td>2</td><td>5</td><td>6</td><td>0</td><td>1</td><td>3</td><td>0</td><td>2</td></tr> <tr><td>5</td><td>1</td><td>2</td><td>0</td><td>4</td><td>0</td><td>4</td><td>3</td></tr> <tr><td>5</td><td>4</td><td>5</td><td>1</td><td>6</td><td>3</td><td>2</td><td>3</td></tr> <tr><td>0</td><td>1</td><td>0</td><td>2</td><td>1</td><td>5</td><td>6</td><td>6</td></tr> <tr><td>6</td><td>1</td><td>3</td><td>6</td><td>4</td><td>6</td><td>3</td><td>4</td></tr> </table>	5	0	1	0	3	1	2	5	4	4	5	2	4	6	2	3	2	5	6	0	1	3	0	2	5	1	2	0	4	0	4	3	5	4	5	1	6	3	2	3	0	1	0	2	1	5	6	6	6	1	3	6	4	6	3	4	<table border="1"> <tr><td>5</td><td>0</td><td>1</td><td>0</td><td>3</td><td>1</td><td>2</td><td>5</td></tr> <tr><td>4</td><td>4</td><td>5</td><td>2</td><td>4</td><td>6</td><td>2</td><td>3</td></tr> <tr><td>2</td><td>5</td><td>6</td><td>0</td><td>1</td><td>3</td><td>0</td><td>2</td></tr> <tr><td>5</td><td>1</td><td>2</td><td>0</td><td>4</td><td>0</td><td>4</td><td>3</td></tr> <tr><td>5</td><td>4</td><td>5</td><td>1</td><td>6</td><td>3</td><td>2</td><td>3</td></tr> <tr><td>0</td><td>1</td><td>0</td><td>2</td><td>1</td><td>5</td><td>6</td><td>6</td></tr> <tr><td>6</td><td>1</td><td>3</td><td>6</td><td>4</td><td>6</td><td>3</td><td>4</td></tr> </table>	5	0	1	0	3	1	2	5	4	4	5	2	4	6	2	3	2	5	6	0	1	3	0	2	5	1	2	0	4	0	4	3	5	4	5	1	6	3	2	3	0	1	0	2	1	5	6	6	6	1	3	6	4	6	3	4	<table border="1"> <tr><td>5</td><td>0</td><td>1</td><td>0</td><td>3</td><td>1</td><td>2</td><td>5</td></tr> <tr><td>4</td><td>4</td><td>5</td><td>2</td><td>4</td><td>6</td><td>2</td><td>3</td></tr> <tr><td>2</td><td>5</td><td>6</td><td>0</td><td>1</td><td>3</td><td>0</td><td>2</td></tr> <tr><td>5</td><td>1</td><td>2</td><td>0</td><td>4</td><td>0</td><td>4</td><td>3</td></tr> <tr><td>5</td><td>4</td><td>5</td><td>1</td><td>6</td><td>3</td><td>2</td><td>3</td></tr> <tr><td>0</td><td>1</td><td>0</td><td>2</td><td>1</td><td>5</td><td>6</td><td>6</td></tr> <tr><td>6</td><td>1</td><td>3</td><td>6</td><td>4</td><td>6</td><td>3</td><td>4</td></tr> </table>	5	0	1	0	3	1	2	5	4	4	5	2	4	6	2	3	2	5	6	0	1	3	0	2	5	1	2	0	4	0	4	3	5	4	5	1	6	3	2	3	0	1	0	2	1	5	6	6	6	1	3	6	4	6	3	4
5	0	1	0	3	1	2	5																																																																																																																																																																			
4	4	5	2	4	6	2	3																																																																																																																																																																			
2	5	6	0	1	3	0	2																																																																																																																																																																			
5	1	2	0	4	0	4	3																																																																																																																																																																			
5	4	5	1	6	3	2	3																																																																																																																																																																			
0	1	0	2	1	5	6	6																																																																																																																																																																			
6	1	3	6	4	6	3	4																																																																																																																																																																			
5	0	1	0	3	1	2	5																																																																																																																																																																			
4	4	5	2	4	6	2	3																																																																																																																																																																			
2	5	6	0	1	3	0	2																																																																																																																																																																			
5	1	2	0	4	0	4	3																																																																																																																																																																			
5	4	5	1	6	3	2	3																																																																																																																																																																			
0	1	0	2	1	5	6	6																																																																																																																																																																			
6	1	3	6	4	6	3	4																																																																																																																																																																			
5	0	1	0	3	1	2	5																																																																																																																																																																			
4	4	5	2	4	6	2	3																																																																																																																																																																			
2	5	6	0	1	3	0	2																																																																																																																																																																			
5	1	2	0	4	0	4	3																																																																																																																																																																			
5	4	5	1	6	3	2	3																																																																																																																																																																			
0	1	0	2	1	5	6	6																																																																																																																																																																			
6	1	3	6	4	6	3	4																																																																																																																																																																			

5	0	1	0	3	1	2	5
4	4	5	2	4	6	2	3
2	5	6	0	1	3	0	2
5	1	2	0	4	0	4	3
5	4	5	1	6	3	2	3
0	1	0	2	1	5	6	6
6	1	3	6	4	6	3	4

5	0	1	0	3	1	2	5
4	4	5	2	4	6	2	3
2	5	6	0	1	3	0	2
5	1	2	0	4	0	4	3
5	4	5	1	6	3	2	3
0	1	0	2	1	5	6	6
6	1	3	6	4	6	3	4

Звідси однозначно визначається місце розташування кісточок 2-4 й 0-3. Відзначивши, що ці кісточки не можуть перебувати на інших місцях, одержимо розташування кісточок

І знову аналізується те, що, якщо де небудь перераховані пари цифр знаходяться поруч, вони не можуть утворювати кісточки. Звідси вже можна однозначно відновити всю розкладку.