

НА ДОПОМОГУ ВЧИТЕЛЮ

НЕЗАБАРОМ ЗОВНІШНЄ НЕЗАЛЕЖНЕ ОЦІНЮВАННЯ

В. М. Проскуренко, Н. Л. Бродяна, Донецька обл.

Дванадцять запропонованих тематичних тестів стануть корисними для узагальнення, систематизації та повторення навчального матеріалу з математики та під час підготовки випускників загальноосвітніх навчальних закладів до зовнішнього незалежного оцінювання (ЗНО).

Зміст завдань відповідає чинним програмам з математики, а структура тестів — формату тесту з математики, який пропонується на ЗНО Українським центром оцінювання якості освіти (УЦОЯО). Це дозволить під час підготовки до ЗНО звикнути до цього формату і під час виконання таких тестових завдань бути до них краще підготовленими в психологічному плані. Складаючи тести, автори дотримувалися декількох принципових моментів.

1. Завдання 1-ї частини такі, що розв'язуються, як правило, з витратою найменшої кількості часу (найчастіше усно), а для створення психологічного комфорту учасників тестування ці завдання за своїм змістом і складністю зорієнтовані на те, щоб їх виконали випускники навіть із середнім рівнем навчальних досягнень.

2. Велика кількість випускників, насамперед сільських, не має можливості навчатися в закладах із поглибленою математичною підготовкою. Тому завдання 2-ї частини за рівнем складності носять здебільшого характер стандартних завдань шкільної програми з математики загальноосвітніх шкіл. Тобто на 150–160 балів за виконання тесту можуть розраховувати випускники, які опановують шкільну програму на достатньому рівні.

3. І лише деякі завдання 3-ї частини мають підвищений рівень складності (але теж не виходять за межі шкільної програми!). Це дозволяє учасникам тестування проявити свої математичні здібності, а під час підготовки до ЗНО такі завдання спонукають їх на вдосконалення знань і сумлінну самоосвітню працю. Та все ж із 3-х завдань цієї частини таких може бути 1–2.

У першій частині кожного тесту запропоновано 25 завдань. Завдання вважається виконаним правильно, якщо в бланку А вказано тільки одну літеру, якій відповідає правильна відповідь (зразок бланка додається). Правильно виконане завдання першої частини оцінюється чотирма балами.

Друга частина тесту складається з 8 завдань відкритої форми з відповіддю, яку можна записати в бланку А цілим числом або десятковим дробом. Кожне правильно виконане завдання цієї частини оцінюється вісьмома балами.

Третя частина кожного тесту складається з 3 завдань відкритої форми з розгорнутою відповіддю. Ці завдання вважаються виконаними правильно, якщо в них наведено розгорнуті записи розв'язання завдань із необхідними поясненнями й обґрунтуваннями кожного етапу й записана правильна відповідь у бланку Б. Кожне завдання цієї частини оцінюється від 0 до 12 балів залежно від того, як це завдання виконане (12 балів кожного завдання розподіляються на кожний логічний крок його виконання).

Таким чином, найбільша сума балів, які можна отримати за виконання тесту, становить:

$$25 \cdot 4 + 8 \cdot 8 + 12 \cdot 3 = 200,$$

і кожен може оцінити свої досягнення практично самостійно (відповіді, вказівки та розв'язання завдань тестів додаються). Час виконання тесту — 180 хвилин.

Тематичний тест № 1 Натуральні числа, звичайні і десяткові дроби. Відсотки

Частина 1

Завдання 1–25 мають по п'ять варіантів відповідей, із яких тільки ОДНА ПРАВИЛЬНА. Оберіть правильну, на Вашу думку, відповідь і позначте її у бланку А.

1. Яке з поданих чисел ділиться на 3, але не ділиться ні на 2, ні на 5?

| А | Б | В | Г | Д |
|--------|------|------|-------|------|
| 120330 | 2737 | 3321 | 53145 | 3330 |

2. Яку з наведених цифр треба поставити замість зірочки у вираз $17 * 04$, щоб утворилося число, що ділиться на 9?

| А | Б | В | Г | Д |
|---|---|---|---|---|
| 3 | 7 | 5 | 4 | 6 |

НА ДОПОМОГУ ВЧИТЕЛЮ

3. Який із поданих дробів міститься на координатній прямій між дробами $\frac{11}{24}$ і $\frac{17}{24}$?

| А | Б | В | Г | Д |
|---------------|---------------|----------------|---------------|---------------|
| $\frac{1}{3}$ | $\frac{3}{4}$ | $\frac{5}{12}$ | $\frac{5}{8}$ | $\frac{5}{6}$ |

4. Відомо, що добуток чисел 387,44 і 58,04 дорівнює k . Чому дорівнює добуток чисел 3,8744 і 580,4?

| А | Б | В | Г | Д |
|-----|--------|---------|-------|--------|
| k | $0,1k$ | $0,01k$ | $10k$ | $100k$ |

5. Мотоцикліст прибув у пункт призначення через 2 год 15 хв. Яку відстань він подолав, якщо їхав зі швидкістю 120 км/год?

| А | Б | В | Г | Д |
|--------|--------|--------|--------|----------------|
| 430 км | 150 км | 300 км | 270 км | Інша відповідь |

6. Порівняйте M і N , якщо M дорівнює $p\%$ від 15, а N — 15% від p .

| А | Б | В | Г | Д |
|---------|---------|---------|------------|------------|
| $M < N$ | $M > N$ | $M = N$ | $M \leq N$ | $M \geq N$ |

7. Перше число 84. Друге число становить 75% першого, а третє — 50% суми першого і другого. Знайдіть середнє арифметичне цих трьох чисел.

| А | Б | В | Г | Д |
|------|------|------|------|----------------|
| 73,5 | 70,5 | 69,5 | 68,5 | Інша відповідь |

8. З якою швидкістю повинен летіти гелікоптер, якщо йому за 2 год 18 хв треба пролетіти 368 км?

| А | Б | В | Г | Д |
|------------------------|------------|------------|---------------|----------------|
| $\approx 168,8$ км/год | 160 км/год | 260 км/год | 202,24 км/год | Інша відповідь |

9. Середнє арифметичне двох чисел дорівнює 18,16. Одне з чисел у 3 рази більше від другого. Знайдіть більше з цих чисел.

| А | Б | В | Г | Д |
|------|------|-------|------|----------------|
| 29,4 | 9,08 | 27,24 | 19,8 | Інша відповідь |

10. Яка ціна тканини була до зниження, якщо після зниження її на 25% метр цієї тканини коштує 54 грн?

| А | Б | В | Г | Д |
|----------|----------|----------|--------|----------------|
| 67,5 грн | 64,8 грн | 94,5 грн | 72 грн | Інша відповідь |

11. На станції стоять три потяги: у першому 429 пасажирів, у другому 507, а в третьому 468. Скільки пасажирських вагонів у кожному потязі, якщо відомо, що в кожному вагоні однакова кількість пасажирів і їх число найбільше з усіх можливих?

| А | Б | В | Г | Д |
|--------------------|-----------------|--------------------|--------------------|----------------|
| 22; 26; 24 вагонів | 5; 7; 6 вагонів | 11; 13; 12 вагонів | 10; 14; 12 вагонів | Інша відповідь |

12. Знайдіть число, обернене значенню виразу

$$\left(0,5 - \frac{1}{4}\right) : \frac{1}{8}$$

| А | Б | В | Г | Д |
|---------------|---------------|---|---|----------------|
| $\frac{1}{2}$ | $\frac{1}{4}$ | 2 | 4 | Інша відповідь |

13. Учень прочитав 86% усієї книжки і йому залишилося ще прочитати 56 сторінок. Скільки сторінок у книжці?

| А | Б | В | Г | Д |
|-----|-----|-----|-----|----------------|
| 800 | 400 | 280 | 600 | Інша відповідь |

14. За перші 2 год велосипедист проїхав 28,6 км, а за решту 3 год проїхав 39,9 км. Яка середня швидкість велосипедиста?

| А | Б | В | Г | Д |
|-------------|-------------|--------------|-------------|----------------|
| 13,8 км/год | 13,7 км/год | 34,25 км/год | 17,5 км/год | Інша відповідь |

15. Вкладник вніс до банку 5000 грн під 8% річних. Скільки грошей буде на його рахунку через рік?

| А | Б | В | Г | Д |
|----------|----------|----------|----------|----------------|
| 5800 грн | 5600 грн | 5400 грн | 5300 грн | Інша відповідь |

16. Який відсоток цукру в розчині, якщо в 500 г цього розчину міститься 215 г цукру?

| А | Б | В | Г | Д |
|-----|-----|-----|-----|----------------|
| 40% | 42% | 43% | 46% | Інша відповідь |

17. Серед учнів класу 12 хлопчиків, що становить $\frac{3}{8}$ усіх учнів. Скільки дівчаток у цьому класі?

| А | Б | В | Г | Д |
|----|----|----|----|----------------|
| 32 | 16 | 18 | 20 | Інша відповідь |

НА ДОПОМОГУ ВЧИТЕЛЮ

18. Ціна товару становила 900 грн. Через деякий час вона зменшилась на 90 грн. На скільки відсотків відбулося зниження?

| А | Б | В | Г | Д |
|--------|---------|---------|---------|----------------|
| На 9 % | На 12 % | На 10 % | На 15 % | Інша відповідь |

19. Відстань між двома містами 125 км. В якому масштабі треба зробити карту, щоб на ній відстань між цими містами дорівнювала 12,5 см?

| А | Б | В | Г | Д |
|------------------|-------------------|--------------------|---------------------|----------------|
| $\frac{1}{1000}$ | $\frac{1}{10000}$ | $\frac{1}{100000}$ | $\frac{1}{1000000}$ | Інша відповідь |

20. На скільки сума чисел $2,79$ і $\frac{1}{3}$ більша, ніж їх різниця?

| А | Б | В | Г | Д |
|---------|---------|------------------|------------------|----------------|
| На 5,58 | На 2,79 | На $\frac{2}{3}$ | На $\frac{1}{3}$ | Інша відповідь |

21. Маса 5 м^3 крейди дорівнює 12 т. Чому дорівнює маса 12 м^3 крейди?

| А | Б | В | Г | Д |
|------|--------|------|--------|----------------|
| 27 т | 27,2 т | 26 т | 28,8 т | Інша відповідь |

22. Сума трьох чисел дорівнює 24,8. Знайдіть ці числа, якщо перше відноситься до другого як 3:5, а друге до третього — як 2:3. Назвіть найбільше з цих чисел.

| А | Б | В | Г | Д |
|------|---|----|----|----------------|
| 12,8 | 8 | 12 | 16 | Інша відповідь |

23. Відрізок залізниці, де укладено 360 10-метрових рейок, під час ремонту замінили 12-метровими рейками. Визначте їх кількість.

| А | Б | В | Г | Д |
|-----|-----|-----|-----|----------------|
| 288 | 320 | 412 | 300 | Інша відповідь |

24. За допомогою одного крана резервуар заповнюється водою за 12 год, а за допомогою другого — за 24 год. За скільки годин буде заповнений цей резервуар обома кранами одночасно?

| А | Б | В | Г | Д |
|--------|--------|-------|-------|----------------|
| 36 год | 20 год | 8 год | 6 год | Інша відповідь |

25. Товар, початкова ціна якого становила 240 грн, подорожчав удвічі, причому кожного разу на 25 %. Скільки тепер коштує цей товар?

| А | Б | В | Г | Д |
|---------|---------|---------|---------|----------------|
| 360 грн | 300 грн | 350 грн | 375 грн | Інша відповідь |

Частина 2

Розв'яжіть завдання 26–33. Запишіть відповідь (цілим числом або десятковим дробом) і перепишіть її до бланка А (одиниці вимірів не вказуйте).

26. Велосипедист їхав від села до міста зі швидкістю 15 км/год, а з міста до села — зі швидкістю 10 км/год. Знайдіть середню швидкість велосипедиста.

Відповідь. _____

27. Знайдіть найменше спільне кратне чисел 360 і 924.

Відповідь. _____

28. Знайдіть 9 % значення виразу $\left(1\frac{1}{3} - 1\frac{1}{4} \cdot 0,64\right) : 4\frac{4}{5}$.

Відповідь. _____

29. На скільки відсотків зміниться площа прямокутника зі сторонами 30 м і 20 м, якщо більшу сторону зменшити на 10 %, а меншу — збільшити на 10 %.

Відповідь. _____

30. Початкова собівартість продукції знизилася першого разу на 8 %, другого — на 5 %, третього — на 10 %. Знайдіть відсотки зниження початкової собівартості продукції?

Відповідь. _____

31. Шматок сплаву міді та цинку масою 36 кг містить 45 % міді. Скільки потрібно додати кілограмів чистої міді, щоб одержати її 60 %-й сплав?

Відповідь. _____

32. Сума трьох членів пропорції дорівнює 58. Третій член пропорції становить $\frac{2}{3}$, а другий — $\frac{3}{4}$ першого члена. Яка це пропорція? У відповіді запишіть її четвертий член.

Відповідь. _____

33. Два трактористи, працюючи одночасно, мають зорати поле за 6 год. За однаковий час роботи один зорав $\frac{1}{4}$, а другий — $\frac{1}{6}$ усього поля. Після цього перший трактор вийшов із ладу. Скільки часу потрібно другому трактористові, щоб закінчити роботу? У відповіді запишіть цей час у хвиликах.

Відповідь. _____

НА ДОПОМОГУ ВЧИТЕЛЮ

Частина 3

Розв'язання завдань 34–36 повинне мати обґрунтування. Запишіть послідовні логічні дії та пояснення, зробіть посилання на математичні факти, з яких випливає те чи інше твердження. Якщо потрібно, проілюструйте розв'язання завдань схемами, графіками, таблицями.

УВАГА! Розв'язання завдань 34–36 запишіть у бланку Б.

34. Знайти x , якщо

$$\frac{0,75+0,1(6)+0,125}{0,(3)+0,4+\frac{14}{15}} + \frac{(x-0,625) \cdot \frac{48}{125}}{12,8 \cdot 0,25} = 1.$$

35. Добуток цифр двозначного числа втричі менший від самого числа. Якщо до шуканого числа додати 18, то дістанемо число, записане тими ж цифрами, але в зворотному порядку. Знайдіть це число.

36. Турист першого дня подолав 0,225 усього шляху.

Другого дня $26\frac{2}{3}\%$ усього шляху і водночас на 40 км більше, ніж за перший день. Відстані, які він подолав за третій і четвертий дні, відносяться як $2,4:1\frac{2}{3}$.

Скільки кілометрів подолав турист за третій і четвертий дні окремо?

Тематичний тест № 2

Прогресії

Частина 1

Завдання 1–25 мають п'ять варіантів відповідей, із яких тільки ОДНА ПРАВИЛЬНА. Оберіть правильну, на Вашу думку, відповідь і позначте її у бланку А.

1. Шістнадцятий член арифметичної прогресії дорівнює 7, а вісімнадцятий член цієї прогресії дорівнює 25. Знайдіть сімнадцятий член прогресії.

| А | Б | В | Г | Д |
|---|----|---|----|----------------|
| 6 | 16 | 9 | 12 | Інша відповідь |

2. Третій член арифметичної прогресії дорівнює 18, а дев'ятий її член дорівнює 54. Знайдіть різницю цієї прогресії.

| А | Б | В | Г | Д |
|---|----|---|----|----------------|
| 6 | 16 | 9 | 12 | Інша відповідь |

3. Перший член арифметичної прогресії з різницею 5 дорівнює -19 . Знайдіть восьмий член цієї прогресії.

| А | Б | В | Г | Д |
|---|---|----|----|----------------|
| 6 | 8 | 12 | 16 | Інша відповідь |

4. Різниця арифметичної прогресії дорівнює -5 . Знайдіть суму перших шести членів прогресії, якщо перший член дорівнює 14.

| А | Б | В | Г | Д |
|---|----|---|----|----------------|
| 6 | 16 | 9 | 12 | Інша відповідь |

5. Сума перших п'яти членів арифметичної прогресії з різницею -3 дорівнює 10. Знайдіть перший член цієї прогресії?

| А | Б | В | Г | Д |
|---|---|----|----|----------------|
| 6 | 8 | 12 | 16 | Інша відповідь |

6. Знайдіть x , якщо $2+4+6+\dots+x=42$.

| А | Б | В | Г | Д |
|---|---|----|----|----------------|
| 6 | 8 | 12 | 16 | Інша відповідь |

7. Яка з наведених числових послідовностей стане арифметичною прогресією, якщо четвертий член послідовності збільшити на 2?

| А | Б | В | Г | Д |
|-------------------|-------------------|-------------------|-------------------|-------------------|
| 2; 8; 14; 21; ... | 2; 9; 16; 23; ... | 2; 9; 16; 20; ... | 2; 9; 16; 21; ... | 2; 8; 16; 32; ... |

8. Арифметичну прогресію задано формулою $a_n = 3n - 2$. Знайдіть суму перших двадцяти членів цієї прогресії.

| А | Б | В | Г | Д |
|------|----|------|-----|----------------|
| 1180 | 59 | 1140 | 590 | Інша відповідь |

9. Знайдіть суму десяти перших членів арифметичної прогресії 4; 2; 0; ...

| А | Б | В | Г | Д |
|-----|-------|----|--------|----------------|
| 130 | -50 | 50 | -140 | Інша відповідь |

НА ДОПОМОГУ ВЧИТЕЛЮ

10. В арифметичній прогресії (a_n) другий і четвертий її члени дорівнюють відповідно 8,4 і 7,8. Починаючи з якого номера виконується умова $a_n < 0$?

| А | Б | В | Г | Д |
|----|----|----|-----|----------------|
| 31 | 30 | 29 | -30 | Інша відповідь |

11. В амфітеатрі 10 рядів, причому в кожному наступному ряду на 20 місць більше, ніж у попередньому, а в останньому ряду 280 місць. Скільки глядачів вміщує амфітеатр?

| А | Б | В | Г | Д |
|------|------|------|------|----------------|
| 1000 | 1500 | 1900 | 2100 | Інша відповідь |

12. Шостий член геометричної прогресії дорівнює 4, а восьмий її член дорівнює 64. Чому дорівнює сьомий член цієї прогресії?

| А | Б | В | Г | Д |
|---|----|----|----|----------------|
| 6 | 16 | 22 | 34 | Інша відповідь |

13. Знайдіть перший член геометричної прогресії, знаменник якої дорівнює 2, а восьмий член — 512.

| А | Б | В | Г | Д |
|---|---|----|----|----------------|
| 4 | 6 | 16 | 22 | Інша відповідь |

14. В якій із наведених числових послідовностей перші три члени становлять геометричну прогресію, а три останні — арифметичну?

| А | Б | В | Г | Д |
|-------------|------------|------------|-------------|--------------|
| 2; 4; 8; 14 | 1; 2; 3; 4 | 1; 2; 4; 8 | 2; 4; 8; 12 | 3; 6; 12; 24 |

15. Обчисліть суму перших п'яти членів геометричної прогресії, знаменник і другий член якої дорівнюють -2 .

| А | Б | В | Г | Д |
|---|---|---|----|----------------|
| 3 | 6 | 9 | 11 | Інша відповідь |

16. Перший член геометричної прогресії $b_1 = 81$, а знаменник прогресії $q = -\frac{1}{3}$. Знайдіть шостий член прогресії.

| А | Б | В | Г | Д |
|---|----|---------------|----------------|----------------|
| 1 | -1 | $\frac{1}{3}$ | $-\frac{1}{3}$ | Інша відповідь |

17. Знайдіть знаменник геометричної прогресії, якщо $a_n = \sqrt{\frac{3}{2}}$; $a_{n+1} = \sqrt{\frac{2}{3}}$.

| А | Б | В | Г | Д |
|---|---------------|---------------|----------------------|----------------|
| 1 | $\frac{3}{2}$ | $\frac{2}{3}$ | $\sqrt{\frac{5}{6}}$ | Інша відповідь |

18. Було це дуже давно. Селянин продав 10 овець за 100 гривень. Коли один із покупців став дуже довго торгуватися, селянин запропонував: «Дай за першу вівцю 1 грн, за другу — 2 грн, за третю — 4 грн і далі за кожен вівцю удвічі більше гривень, ніж за попередню». Покупець погодився. Скільки він повинен заплатити за 10 овець?

| А | Б | В | Г | Д |
|---------|---------|----------|---------------------|----------------|
| 100 грн | 200 грн | 1000 грн | Більше ніж 1000 грн | Інша відповідь |

19. Знайдіть шостий член геометричної прогресії (b_n) , якщо відомо, що $b_2 = -6$; $b_4 = -24$.

| А | Б | В | Г | Д |
|------------------|----|-----|-----|------|
| Знайти неможливо | 96 | -96 | 180 | -180 |

20. Знайдіть суму всіх двозначних чисел.

| А | Б | В | Г | Д |
|------|------|------|-----------------|----------------|
| 4905 | 4450 | 5000 | Більше ніж 5000 | Інша відповідь |

21. Знайдіть суму нескінченної геометричної прогресії: $-\frac{1}{3}; \frac{1}{9}; -\frac{1}{27}; \dots$

| А | Б | В | Г | Д |
|------|----|-------|---|----------------|
| 0,25 | -4 | -0,25 | 4 | Інша відповідь |

22. Знайдіть суму $1 - x + x^2 - x^3 + \dots$, де $|x| < 1$.

| А | Б | В | Г | Д |
|-------------------|-----------------|-------|-----------------|----------------|
| $\frac{1-x}{1+x}$ | $\frac{1}{1+x}$ | $1+x$ | $\frac{1}{1+x}$ | Інша відповідь |

23. Знайдіть перший член нескінченної геометричної прогресії, якщо її сума дорівнює 60, а знаменник $q = -\frac{1}{4}$.

| А | Б | В | Г | Д |
|----|----|----|----|----------------|
| 45 | 48 | 75 | 80 | Інша відповідь |

НА ДОПОМОГУ ВЧИТЕЛЮ

24. Перетворіть періодичний десятковий дріб $5,(36)$ у звичайний.

| А | Б | В | Г | Д |
|------------------|-----------------|----------------|-----------------|----------------|
| $5\frac{4}{110}$ | $5\frac{4}{11}$ | $\frac{4}{11}$ | $5\frac{4}{10}$ | Інша відповідь |

25. У рівносторонньому трикутнику довжина сторони дорівнює $\sqrt{2}$. Середини його сторін — вершини другого трикутника, середини сторін другого — вершини третього трикутника і так далі. Знайдіть суму периметрів усіх цих трикутників.

| А | Б | В | Г | Д |
|-------------|---|---------------|-----------------------|------------------|
| $6\sqrt{2}$ | 6 | $1,5\sqrt{2}$ | $\frac{3\sqrt{2}}{2}$ | Знайти неможливо |

Частина 2

Розв'яжіть завдання 26–33. Запишіть відповідь (відповідь у вигляді дроби обов'язково запишіть десятковим дробом) і перенесіть її до бланка А.

26. Останній член a_n скінченної арифметичної прогресії дорівнює 27, різниця прогресії — 2,5. Знайдіть число членів цієї прогресії, якщо їх сума дорівнює 157,5.

Відповідь. _____

27. Знайдіть суму всіх трицифрових чисел, кратних п'яти.

Відповідь. _____

28. Сума другого і четвертого членів арифметичної прогресії дорівнює 16, а добуток першого і п'ятого членів дорівнює 28. Знайдіть різницю цієї прогресії, якщо вона спадна.

Відповідь. _____

29. При якому значенні n числа $n-7, n+5$ і $3n+1$ будуть послідовними членами геометричної прогресії, якщо цих значень декілька, у відповіді запишіть їх суму.

Відповідь. _____

30. Між числами 2 і 65 є 20 чисел, які разом із заданими утворюють арифметичну прогресію. Знайдіть найбільше з невідомих чисел.

Відповідь. _____

31. Знайдіть суму нескінченної геометричної прогресії (b_n) , якщо $b_2 - b_4 = 1,5$ і $b_1 - b_3 = 3$.

Відповідь. _____

32. Знайдіть чотири числа, які утворюють геометричну прогресію, в якій сума крайніх членів дорівнює $-4,9$, а сума середніх членів дорівнює $1,4$.

У відповіді запишіть середнє арифметичне найменшого і найбільшого з цих чисел.

Відповідь. _____

33. Три додатні числа утворюють геометричну прогресію. Якщо друге число збільшити на 8, то прогресія стане арифметичною. Якщо після цього збільшити третє число на 64, то прогресія знову стане геометричною. Знайдіть ці числа. У відповіді запишіть суму знайдених чисел.

Відповідь. _____

Частина 3

Розв'язання завдань 34–36 повинне мати обґрунтування. Запишіть послідовні логічні дії та пояснення, зробіть посилання на математичні факти, з яких випливає те чи інше твердження. Якщо потрібно, проілюструйте розв'язання завдань схемами, графіками, таблицями.

УВАГА! Розв'язання завдань 34–36 запишіть у бланку Б.

34. Відомо, що x_1 і x_2 корені рівняння $x^2 - 7x + a = 0$, а x_3 і x_4 — корені рівняння $x^2 - 19x + b = 0$, причому числа x_1, x_2, x_3, x_4 утворюють у вказаному порядку арифметичну прогресію. Знайдіть a і b .

35. Якщо числа $\frac{1}{b+c}, \frac{1}{a+c}, \frac{1}{a+b}$ утворюють арифметичну прогресію, то числа a^2, b^2, c^2 , також утворюють арифметичну прогресію. Доведіть це.

36. Арифметична і геометрична прогресії мають перші члени, які дорівнюють 5, треті члени цих прогресій теж рівні між собою, а другий член арифметичної прогресії на 10 більший, ніж другий член геометричної прогресії. Знайдіть ці прогресії.

Тематичний тест № 3

Тригонометричні функції. Тотожні перетворення тригонометричних виразів

Частина 1

Завдання 1–25 мають п'ять відповідей, із яких тільки **ОДНА ПРАВИЛЬНА**.

Оберіть правильну, на Вашу думку, відповідь і позначте її у бланку А.

1. З допомогою числа π виразіть у радіанах дугу кола, якщо ця дуга становить восьму частину кола.

| А | Б | В | Г | Д |
|-----------------|-----------------|-----------------|-----------------|------------------|
| $\frac{\pi}{4}$ | $\frac{\pi}{3}$ | $\frac{\pi}{8}$ | $\frac{\pi}{2}$ | $\frac{2\pi}{3}$ |

НА ДОПОМОГУ ВЧИТЕЛЮ

2. На якому з наведених зображень виконано побудову кута x якщо $\sin x = -\frac{2}{3}$, $x < 1,5\pi$?

| | | |
|--------------|--------------|--------------|
| А | Б | В |
| Г | Д | |

3. Обчисліть: $2 \sin 30^\circ \operatorname{tg} 45^\circ + 3 \operatorname{ctg} 45^\circ \cos 360^\circ$.

| | | | | |
|---|---|---|---|---|
| А | Б | В | Г | Д |
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 |

4. Яке з наведених значень тригонометричних функцій найбільше?

| | | | | |
|------------------|------------------|------------------|------------------|------------------|
| А | Б | В | Г | Д |
| $\cos 200^\circ$ | $\cos 210^\circ$ | $\cos 220^\circ$ | $\cos 230^\circ$ | $\cos 240^\circ$ |

5. Яка тригонометрична функція зростає при зміні кута від $\frac{\pi}{2}$ до π ?

| | | | | |
|--------------|--------------|---------------------------|----------------------------|-------|
| А | Б | В | Г | Д |
| $y = \sin x$ | $y = \cos x$ | $y = \operatorname{tg} x$ | $y = \operatorname{ctg} x$ | Жодна |

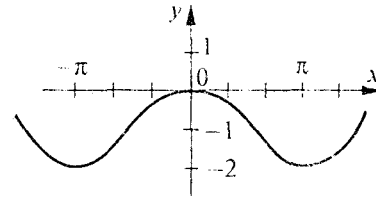
6. Яка тригонометрична функція не існує при $x = \pi k$ (k – ціле число)?

| | | | | |
|--------------|--------------|---------------------------|----------------------------|-------|
| А | Б | В | Г | Д |
| $y = \sin x$ | $y = \cos x$ | $y = \operatorname{tg} x$ | $y = \operatorname{ctg} x$ | Жодна |

7. Укажіть графік функції $y = \sin(x+1)$.

| | |
|--------------|--------------|
| А | Б |
| В | Г |
| Д | |

8. Укажіть функцію, графік якої зображено на рисунку.



| | | |
|-----------------|------------------|------------------|
| А | Б | В |
| $y = \cos(x-1)$ | $y = \cos x + 1$ | $y = \cos x - 1$ |
| Г | Д | |
| $y = \cos(x+1)$ | $y = -\cos x$ | |

9. Спростіть вираз $2 - \cos^2 \alpha - \sin^2 \alpha$.

| | | | | |
|---|---|---|---------------------------------|---------------------------------|
| А | Б | В | Г | Д |
| 3 | 1 | 2 | $\cos^2 \alpha - \sin^2 \alpha$ | $\sin^2 \alpha - \cos^2 \alpha$ |

10. Яке значення має вираз

$$\cos^2 10^\circ + \sin^2 10^\circ \sin^2 15^\circ + \sin^2 10^\circ \cos^2 15^\circ$$

| | | | | |
|-----|-----|-----|-----|---|
| А | Б | В | Г | Д |
| 0,1 | 0,2 | 0,3 | 0,4 | 1 |

11. Спростіть вираз

$$\left(\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha + \frac{\sin^2 \alpha}{\cos^2 \alpha} \right) \cdot \cos^2 \alpha$$

| | | | | |
|----|---|--|--------------------|-------------------------------|
| А | Б | В | Г | Д |
| -1 | 1 | $\operatorname{tg} \alpha + \operatorname{ctg} \alpha$ | $1 + \sin 2\alpha$ | $\operatorname{ctg}^2 \alpha$ |

12. Знайдіть $\operatorname{ctg} \alpha$, якщо $\sin \alpha = -0,8$ ($1,5\pi < \alpha < 2\pi$).

| | | | | |
|---------------|----------------|---------------|------------------------|----------------|
| А | Б | В | Г | Д |
| $\frac{3}{4}$ | $-\frac{3}{4}$ | $\frac{4}{3}$ | $-\frac{\sqrt{41}}{4}$ | $-\frac{4}{3}$ |

13. Вирозіть $\operatorname{tg} \alpha$ через $\cos \alpha$.

| | | |
|---------------------------------------|--|--|
| А | Б | В |
| $\frac{1 - \cos \alpha}{\cos \alpha}$ | $\pm \frac{\cos \alpha}{\sqrt{1 - \cos^2 \alpha}}$ | $\pm \frac{\sqrt{1 - \cos^2 \alpha}}{\cos \alpha}$ |
| Г | Д | |
| $\frac{1}{1 - \cos^2 \alpha}$ | $\pm \frac{\sqrt{\cos^2 \alpha - 1}}{\cos \alpha}$ | |

14. Чому дорівнює $\cos(270^\circ + \alpha) - \sin(180^\circ - \alpha)$?

| | | | | |
|-----------------|-----------------|------------------|---|------------------|
| А | Б | В | Г | Д |
| $2 \cos \alpha$ | $2 \sin \alpha$ | $-2 \sin \alpha$ | 0 | $-2 \cos \alpha$ |

НА ДОПОМОГУ ВЧИТЕЛЮ

15. Яка з наведених рівностей є тотожністю?

| | | |
|--|---|-------------------------------------|
| А | Б | В |
| $\cos(\pi - \alpha) = \cos \alpha$ | $\operatorname{tg}\left(\frac{\pi}{2} - \alpha\right) = \operatorname{tg} \alpha$ | $\cos(\pi - \alpha) = -\cos \alpha$ |
| Г | Д | |
| $\operatorname{ctg}\left(\frac{3\pi}{2} - \alpha\right) = -\operatorname{tg} \alpha$ | $\sin(2\pi - \alpha) = \cos \alpha$ | |

16. Обчисліть: $2 \sin 22^\circ 30' \cdot \cos 22^\circ 30'$.

| | | | | |
|----------------------|----------------------|---------------|----------------------|----------|
| А | Б | В | Г | Д |
| $\frac{\sqrt{3}}{2}$ | $\frac{\sqrt{2}}{2}$ | $\frac{1}{2}$ | $\frac{\sqrt{3}}{3}$ | 1 |

17. Спростіть вираз $\frac{\sin 5\alpha - \sin \alpha}{\cos 3\alpha}$.

| | | | | |
|------------------|------------------|------------------|----------------|----------------|
| А | Б | В | Г | Д |
| $2 \sin 3\alpha$ | $2 \sin 2\alpha$ | $2 \cos 3\alpha$ | $\cos 2\alpha$ | $\sin 2\alpha$ |

18. Яка з наведених нерівностей є правильною?

| | | | | |
|----------------------|----------------------|-----------------------------------|------------------------------------|--|
| А | Б | В | Г | Д |
| $\sin 110^\circ < 0$ | $\cos 200^\circ > 0$ | $\operatorname{tg} 150^\circ > 0$ | $\operatorname{ctg} 220^\circ > 0$ | $\sin 50^\circ \times \cos 50^\circ < 0$ |

19. Спростіть вираз $\cos 3\alpha \cos \alpha + \sin 3\alpha \sin \alpha$.

| | | | | |
|----------------|----------------|----------------|----------------|-----------------|
| А | Б | В | Г | Д |
| $\cos 4\alpha$ | $\cos 2\alpha$ | $\sin 4\alpha$ | $\sin 2\alpha$ | $-\cos 2\alpha$ |

20. Чому дорівнює $\cos\left(-\frac{\pi}{3}\right)$?

| | | | | |
|-----------------------|----------------------|----------------|---------------|----------------------|
| А | Б | В | Г | Д |
| $-\frac{\sqrt{3}}{2}$ | $\frac{\sqrt{3}}{2}$ | $-\frac{1}{2}$ | $\frac{1}{2}$ | $\frac{\sqrt{2}}{2}$ |

21. Спростіть вираз $\frac{\operatorname{tg} 5\alpha + \operatorname{tg} 2\alpha}{1 - \operatorname{tg} 5\alpha \operatorname{tg} 2\alpha}$.

| | | | | |
|-----------------------------|----------------------------|------------------------------|------------------------------|-----------------------------|
| А | Б | В | Г | Д |
| $\operatorname{ctg} \alpha$ | $\operatorname{tg} \alpha$ | $7 \operatorname{tg} \alpha$ | $\operatorname{ctg} 7\alpha$ | $\operatorname{tg} 7\alpha$ |

22. Скоротіть дріб $\frac{\sin 6\alpha}{2 \sin 3\alpha}$.

| | | | | |
|----------------------------|----------------------------|---------------|---------------|----------------|
| А | Б | В | Г | Д |
| $\frac{1}{2} \sin 2\alpha$ | $\frac{1}{2} \cos 3\alpha$ | $\sin \alpha$ | $\cos \alpha$ | $\cos 3\alpha$ |

23. Чому дорівнює значення виразу

$$2(\cos^2 15^\circ - \sin^2 15^\circ)?$$

| | | | | |
|----------|----------------------|------------|------------|-----------------------|
| А | Б | В | Г | Д |
| 1 | $\frac{\sqrt{3}}{4}$ | $\sqrt{3}$ | $\sqrt{2}$ | $-\frac{\sqrt{2}}{4}$ |

24. Чому дорівнює значення $\cos 2\alpha$, якщо $\cos^2 \alpha = \frac{1}{6}$?

| | | | | |
|---------------|----------------|----------------|-----------------|----------|
| А | Б | В | Г | Д |
| $\frac{2}{3}$ | $-\frac{2}{3}$ | $1\frac{2}{3}$ | $-1\frac{2}{3}$ | 1 |

25. Яка з наведених функцій є парною?

| | | | | |
|------------------|--------------------------|-----------------------------------|---------------------------|---|
| А | Б | В | Г | Д |
| $y = x^2 \sin x$ | $y = \sin \frac{1}{x-1}$ | $y = x^5 + 2 \operatorname{tg} x$ | $y = \frac{\cos x}{5x^2}$ | $y = \frac{\operatorname{ctg} x}{5x^2}$ |

Частина 2

Розв'яжіть завдання 26–33. Запишіть відповідь (відповідь, отриману у вигляді дроби, обов'язково запишіть десятковим дробом) і перенесіть її до бланка А.

26. Обчисліть: $2 \cos 240^\circ + 3 \operatorname{tg} 135^\circ$.

Відповідь. _____

27. Спростіть вираз $\frac{\cos(\alpha + \beta) + \sin \alpha \sin \beta}{\sin(\alpha - \beta) - \sin \alpha \cos \beta}$. У відповіді

запишіть значення цього виразу, якщо $\alpha = 30^\circ$, $\beta = -45^\circ$.

Відповідь. _____

28. Яке значення має вираз $\frac{\sin \alpha + \sin 3\alpha}{\cos \alpha + \cos 3\alpha}$, якщо $\alpha = 22,5^\circ$?

Відповідь. _____

29. Чому дорівнює значення виразу

$$4 \sin(\pi - \alpha) + \cos\left(\frac{3\pi}{2} + \alpha\right),$$

якщо $\sin \alpha = 0,3$?

Відповідь. _____

30. Обчисліть значення виразу $\sin(2\alpha - 3\pi)$, якщо $\sin \alpha = -0,6$ і $\pi < \alpha < \frac{3\pi}{2}$.

Відповідь. _____

НА ДОПОМОГУ ВЧИТЕЛЮ

31. Спростіть вираз $(\sin \alpha + \cos \alpha)^2 + (\sin \alpha - \cos \alpha)^2$.

Відповідь. _____

32. Обчисліть $\frac{\sin \alpha + \cos \alpha}{\sin \alpha - \cos \alpha}$, якщо $\operatorname{tg} \alpha = \frac{5}{4}$.

Відповідь. _____

33. Знайдіть найбільше значення виразу

$$2\cos^2 x + \sin^2 x.$$

Відповідь. _____

Частина 3

Розв'язання завдань 34–36 повинно мати обґрунтування. Запишіть послідовні логічні дії та пояснення, зробіть посилання на математичні факти, з яких випливає те чи інше твердження. Якщо потрібно, проілюструйте розв'язання завдань схемами, графіками, таблицями.

УВАГА! Розв'язання завдань 34–36 запишіть у бланку Б.

34. Побудуйте графік функції $y = \cos x + |\cos x| + 1$.

35. Доведіть тотожність $\sqrt{\frac{1}{2} - \frac{1}{2}\sqrt{\frac{1}{2} + \frac{1}{2}\cos \alpha}} = \cos \frac{\alpha}{4}$, де $\pi < \alpha < 2\pi$.

36. Доведіть, що функція $f(x) = \cos x + \cos(x\sqrt{2})$ не є періодичною.

Тематичний тест № 4

Тригонометричні рівняння, нерівності та їх системи

Частина 1

Завдання 1–25 мають п'ять відповідей, із яких тільки ОДНА ПРАВИЛЬНА. Оберіть правильну, на Вашу думку, відповідь і позначте її у бланку А.

1. Для яких x визначений $\arcsin x$?

| А | Б | В | Г | Д |
|--------------------|-------------------------|-------------------|-------------|---------------------|
| $-1 \leq x \leq 1$ | $-\infty < x < +\infty$ | $0 \leq x \leq 1$ | $0 < x < 1$ | Визначити неможливо |

2. Для яких x визначений $\operatorname{arctg} x$?

| А | Б | В | Г | Д |
|--------------|-------------------------|-------------------|-------------|---------------------|
| $-1 < x < 1$ | $-\infty < x < +\infty$ | $0 \leq x \leq 1$ | $0 < x < 1$ | Визначити неможливо |

3. В якій чверті знаходиться кут $\arccos(-0,1)$?

| А | Б | В | Г | Д |
|---|----|-----|----|---------------------|
| I | II | III | IV | Визначити неможливо |

4. Обчисліть: $\arcsin\left(-\frac{\sqrt{3}}{2}\right) + \arccos\frac{\sqrt{3}}{2} + \arcsin\frac{1}{2}$.

| А | Б | В | Г | Д |
|-------------|------------|-----------|-------------|-------------|
| 120° | 30° | 0° | 150° | -30° |

5. Знайдіть x , якщо $x = \operatorname{arctg}\left(-\frac{1}{\sqrt{3}}\right)$.

| А | Б | В | Г | Д |
|-----------------|------------------|-----------------|------------------|------------------|
| $\frac{\pi}{6}$ | $-\frac{\pi}{6}$ | $\frac{\pi}{3}$ | $-\frac{\pi}{3}$ | $\frac{2\pi}{3}$ |

6. Обчисліть: $\sin(\arccos m)$, де $|m| \leq 1$.

| А | Б | В | Г | Д |
|-------------------|----------------|-------|----------------|-------------------|
| $\pm\sqrt{1-m^2}$ | $\sqrt{1-m^2}$ | $1-m$ | $\sqrt{m^2-1}$ | $\pm\sqrt{m^2-1}$ |

7. Обчисліть: $\cos(\operatorname{arctg} n)$.

| А | Б | В | Г | Д |
|--------------------------|---------|----------------|-----------------|-------|
| $\frac{1}{\sqrt{1+n^2}}$ | $1+n^2$ | $\sqrt{1+n^2}$ | $\frac{1}{1+n}$ | $1+n$ |

8. Виразьте x через y , якщо $y = 2\arcsin 3x$.

| А | Б | В | Г | Д |
|------------------------|--------------------------|------------------------------------|------------------------------------|------------------------------------|
| $x = \sin \frac{y}{6}$ | $x = \frac{1}{6} \sin y$ | $x = \frac{1}{3} \sin \frac{y}{2}$ | $x = \frac{1}{2} \sin \frac{y}{2}$ | $x = \frac{1}{2} \sin \frac{y}{3}$ |

9. Обчисліть суму кутів $\arcsin m + \arccos m$, де $|m| \leq 1$.

| А | Б | В | Г | Д |
|-------|------------------|-----------------|---|--------|
| π | $-\frac{\pi}{2}$ | $\frac{\pi}{2}$ | 0 | $-\pi$ |

10. Обчисліть суму кутів $\operatorname{arctg} m + \operatorname{arctg} m$.

| А | Б | В | Г | Д |
|-----------------|------------------|---|-------|--------|
| $\frac{\pi}{2}$ | $-\frac{\pi}{2}$ | 0 | π | $-\pi$ |

11. Укажіть розв'язки рівняння $\operatorname{tg} x = \frac{1}{\sqrt{3}}$.

| А | Б | В | Г | Д |
|--|--|--|---|--|
| $(-1)^{n+1}30^\circ + 180^\circ n, n \in \mathbb{Z}$ | $30^\circ + 180^\circ n, n \in \mathbb{Z}$ | $\pm 30^\circ + 360^\circ n, n \in \mathbb{Z}$ | $(-1)^n 30^\circ + 180^\circ n, n \in \mathbb{Z}$ | $60^\circ + 180^\circ n, n \in \mathbb{Z}$ |

НА ДОПОМОГУ ВЧИТЕЛЮ

12. Укажіть розв'язки рівняння $\sin x = -\frac{1}{2}$.

| А | Б | В | Г | Д |
|---|----------------------------------|---------------------------------------|---|----------------------------------|
| $(-1)^{n+1} \frac{\pi}{6} + \pi n, n \in Z$ | $\frac{\pi}{6} + \pi n, n \in Z$ | $\pm \frac{\pi}{6} + 2\pi n, n \in Z$ | $(-1)^n \frac{\pi}{6} + \pi n, n \in Z$ | $\frac{\pi}{3} + \pi n, n \in Z$ |

13. Укажіть розв'язки рівняння $\cos x = \frac{\sqrt{3}}{2}$.

| А | Б | В | Г | Д |
|---|----------------------------------|---------------------------------------|---|----------------------------------|
| $(-1)^{n+1} \frac{\pi}{6} + \pi n, n \in Z$ | $\frac{\pi}{6} + \pi n, n \in Z$ | $\pm \frac{\pi}{6} + 2\pi n, n \in Z$ | $(-1)^n \frac{\pi}{6} + \pi n, n \in Z$ | $\frac{\pi}{3} + \pi n, n \in Z$ |

14. Знайдіть усі гострі кути, що задовольняють рівняння $\operatorname{ctg} 2x = \sqrt{3}$.

| А | Б | В | Г | Д |
|-----|-----|-----|------|-----|
| 15° | 30° | 45° | 360° | 60° |

15. Знайдіть усі значення $x \in (0; 90^\circ)$, що задовольняють рівняння $2\cos(-2x) = 1$.

| А | Б | В | Г | Д |
|-----|-----|-----|-----|-----|
| 60° | 45° | 25° | 15° | 30° |

16. Розв'яжіть рівняння $\sin\left(\frac{\pi}{6} + \frac{x}{2}\right) = -1$.

| А | Б | В | Г | Д |
|-----------------------------------|----------------------------------|-------------------------------------|------------------------------------|-------------------------------------|
| $-\frac{\pi}{3} + \pi k, k \in Z$ | $\frac{\pi}{3} + \pi k, k \in Z$ | $-\frac{4}{3}\pi + 4\pi k, k \in Z$ | $\frac{4}{3}\pi + 4\pi k, k \in Z$ | $-\frac{4}{3}\pi + 2\pi k, k \in Z$ |

17. Розв'яжіть рівняння $\cos 4x - 4 = 0$.

| А | Б | В | Г | Д |
|-------------------|---|--|------------------|----------------|
| $2\pi n, n \in Z$ | $\pm \frac{1}{4} \arccos 4 + 2\pi n, n \in Z$ | $4 \arccos \frac{1}{4} + \pi n, n \in Z$ | Розв'язків немає | Інша відповідь |

18. Розв'яжіть рівняння $\sqrt{3} \operatorname{tg} 2x = 0$.

| А | Б | В | Г | Д |
|------------------|-----------------------------------|----------------------------|--|----------------|
| $\pi k, k \in Z$ | $\frac{\pi}{2} + 2\pi k, k \in Z$ | $\frac{\pi k}{2}, k \in Z$ | $\frac{\pi}{4} + \frac{\pi k}{2}, k \in Z$ | Інша відповідь |

19. Знайдіть множину розв'язків рівняння

$$4 \sin \frac{x}{2} \cos \frac{x}{2} = -\sqrt{2}.$$

| А | Б | В | Г | Д |
|--------------------------------------|--|---------------------------------------|---|----------------|
| $\pm \frac{\pi}{4} + \pi k, k \in Z$ | $(-1)^n \left(-\frac{\pi}{4}\right) + 2\pi n, k \in Z$ | $\pm \frac{\pi}{4} + 2\pi n, k \in Z$ | $(-1)^{n+1} \frac{\pi}{4} + \pi n, k \in Z$ | Інша відповідь |

20. Які значення x задовольняють рівняння

$$\cos^2 2x - \sin^2 2x = 1?$$

| А | Б | В | Г | Д |
|------------------|----------------------------|-------------------|----------------------------|----------------|
| $\pi n, n \in Z$ | $\frac{\pi n}{2}, n \in Z$ | $2\pi n, n \in Z$ | $\frac{\pi n}{4}, n \in Z$ | Інша відповідь |

21. Які з наведених чисел є розв'язком нерівності

$$\operatorname{tg}\left(2x + \frac{\pi}{6}\right) > 1?$$

| А | Б | В | Г | Д |
|---|-----------------|-----------------|-----------------|-------|
| 0 | $\frac{\pi}{4}$ | $\frac{\pi}{8}$ | $\frac{\pi}{2}$ | π |

22. Яка з наведених нерівностей має розв'язком множину дійсних чисел?

| А | Б | В | Г | Д |
|---------------|--------------|--------------|--------------|-------------------------------|
| $\sin x > -2$ | $\cos x < 1$ | $\sin x < 1$ | $\sin x > 1$ | $\operatorname{tg} x \geq -1$ |

23. Розв'яжіть нерівність $2 \sin 3x \geq -1$.

| | |
|---|--|
| А | $-\frac{\pi}{18} + \frac{2\pi n}{3} < x < \frac{7\pi}{18} + \frac{2\pi n}{3}, n \in Z$ |
| Б | $-\frac{\pi}{18} + \frac{2\pi n}{3} \leq x \leq \frac{7\pi}{18} + \frac{2\pi n}{3}, n \in Z$ |
| В | $-\frac{\pi}{9} + \frac{2\pi n}{3} < x < \frac{7\pi}{9} + \frac{2\pi n}{3}, n \in Z$ |
| Г | $\frac{\pi}{9} + \frac{2\pi n}{3} \leq x \leq \frac{7\pi}{9} + \frac{2\pi n}{3}, n \in Z$ |
| Д | Інша відповідь |

24. Розв'яжіть нерівність $\operatorname{tg}\left(\frac{\pi}{3} - 2x\right) + \sqrt{3} \geq 0$.

| | |
|---|--|
| А | $-\frac{\pi}{12} + \frac{\pi n}{2} \leq x \leq \frac{\pi}{3} + \frac{\pi n}{2}, n \in Z$ |
| Б | $-\frac{\pi}{6} + \pi n < x \leq \frac{2\pi}{3} + \pi n, n \in Z$ |
| В | $-\frac{\pi}{12} + \frac{\pi n}{2} \leq x < \frac{\pi}{3} + \frac{\pi n}{2}, n \in Z$ |
| Г | $-\frac{\pi}{12} + \frac{\pi n}{2} < x \leq \frac{\pi}{3} + \frac{\pi n}{2}, n \in Z$ |
| Д | Інша відповідь |

25. Яка з наведених пар чисел є розв'язком системи рівнянь $\begin{cases} \cos x + \cos y = 1, \\ x + y = 2\pi? \end{cases}$

| А | Б | В | Г | Д |
|---|---|---|--|----------------|
| $\left(\frac{\pi}{3}, -\frac{7\pi}{3}\right)$ | $\left(-\frac{\pi}{3}, \frac{5\pi}{3}\right)$ | $\left(-\frac{\pi}{3}, \frac{7\pi}{3}\right)$ | $\left(\frac{\pi}{3}, \frac{5\pi}{3}\right)$ | Інша відповідь |

НА ДОПОМОГУ ВЧИТЕЛЮ

Частина 2

Розв'яжіть завдання 26–33. Запишіть відповідь (відповідь у вигляді дроби обов'язково запишіть десятковим дробом) і перенесіть її до бланка А.

26. Розв'яжіть рівняння $1 + \sin x = 2\cos^2 x$. У відповіді запишіть найбільше значення x із інтервалу $(-90^\circ; 90^\circ)$ у градусах, яке є його розв'язком.

Відповідь. _____

27. Розв'яжіть рівняння $\cos 2x + 5\sin x + 2 = 0$. У відповіді запишіть найменше значення x із інтервалу $(-90^\circ; 90^\circ)$ у градусах, яке є його розв'язком.

Відповідь. _____

28. Яке значення x (у градусах) із розв'язків рівняння $5\sin^2 x + 3\sin x \cos x + 4\cos^2 x = 3$ є найменшим на інтервалі $(-90^\circ; 90^\circ)$?

Відповідь. _____

29. Скільки коренів рівняння $\frac{\sin 3x - \sin x}{1 - \cos x} = 0$ належить проміжку $\left[\frac{\pi}{6}; \frac{7\pi}{6}\right]$?

Відповідь. _____

30. Скільки коренів рівняння $\cos^2 2x + \cos^2 6x = 1$ належить проміжку $\left[0; \frac{\pi}{4}\right]$?

Відповідь. _____

31. Знайдіть найбільший від'ємний корінь рівняння (у градусах) $1 + \sin 2x = (\sin 2x - \cos 2x)^2$.

Відповідь. _____

32. Знайдіть найбільший від'ємний корінь рівняння (у градусах) $\sin^2 x + 0,5\sin 2x = 1$.

Відповідь. _____

33. Розв'яжіть нерівність $\sin 3x \cos x - \cos 3x \sin x \leq \frac{1}{2}$.

У відповіді запишіть найменше значення x з проміжку $(0^\circ; 180^\circ)$.

Відповідь. _____

Частина 3

Розв'язання завдань 34–36 повинне мати обґрунтування. Запишіть послідовні логічні дії та пояснення, зробіть посилання на математичні факти, з яких впливає те чи інше твердження. Якщо потрібно,

проілюструйте розв'язання завдань схемами, графіками, таблицями.

УВАГА! Розв'язання завдань 34–36 запишіть у бланку Б.

34. Розв'яжіть систему рівнянь

$$\begin{cases} \cos x \cos y = \frac{\sqrt{3}}{4}, \\ \operatorname{tg} x \operatorname{tg} y = -1. \end{cases}$$

35. Розв'яжіть нерівність

$$\sin^2 x + \sin x \cos x - 2\cos^2 x \geq 0.$$

36. При яких значеннях параметра a рівняння

$$\sin^2 x - \left(a + \frac{1}{2}\right) \sin x + \frac{a}{2} = 0$$

має на проміжку $\left[0; \frac{5\pi}{4}\right]$ три корені?

Тематичний тест № 5

Рівняння, нерівності та їх системи

Частина 1

Завдання 1–25 мають п'ять варіантів відповідей, із яких тільки ОДНА ПРАВИЛЬНА. Оберіть правильну, на Вашу думку, відповідь і позначте її у бланку А.

1. У якому з наведених рівнянь сума коренів дорівнює 6, а добуток -16 ?

| А | Б | В | Г | Д |
|-----------------|---------------------|---------------------|---------------------|---------------------|
| $x^2 - 16x = 0$ | $x^2 - 2x - 24 = 0$ | $x^2 - 6x - 16 = 0$ | $x^2 + 6x - 16 = 0$ | $x^2 - 6x + 16 = 0$ |

2. При якому значенні k один із коренів рівняння $2x^2 + kx + 8 = 0$ дорівнює -4 ?

| А | Б | В | Г | Д |
|----|---|---|---|-----------------------|
| 10 | 6 | 8 | 9 | Такого значення немає |

3. При яких значеннях q корені рівняння $x^2 - 12x + q = 0$ відносяться як 1:5?

| А | Б | В | Г | Д |
|----|----|----|----|----------------|
| 36 | 32 | 30 | 20 | Інша відповідь |

4. Яке з наведених рівнянь має розв'язок $x = -3$?

| А | Б | В | Г | Д |
|---------------------------|------------------|-----------------------------|--------------------|---------------------------------------|
| $\sqrt{x-3} = \sqrt{3+x}$ | $\sqrt{x-2} = 1$ | $-\sqrt{x^2-1} = 2\sqrt{2}$ | $\sqrt{1-x} = 5+x$ | Такого рівняння серед наведених немає |

НА ДОПОМОГУ ВЧИТЕЛЮ

5. Яке з наведених рівнянь рівносильне рівнянню $|x|=2$?

| А | Б | В | Г | Д |
|----------------|-------------------------|-------------------------|------------------|---------------------------------------|
| $\sqrt{x-1}=1$ | $\sqrt{x-3}=\sqrt{1+x}$ | $\sqrt{x^2-1}=\sqrt{3}$ | $\sqrt{7-x}=1-x$ | Такого рівняння серед наведених немає |

6. Знайдіть розв'язки системи рівнянь

$$\begin{cases} y^2 - x^2 = -65, \\ \sqrt{xy} = 6. \end{cases}$$

| А | Б | В | Г | Д |
|------------|--------------------|--------------------|--------------------|----------------|
| $(-4; -9)$ | $(4; 9), (-4; -9)$ | $(-9; -4), (9; 4)$ | $(9; -4), (-9; 4)$ | Інша відповідь |

7. Знайдіть графічне зображення розв'язку системи

$$\begin{cases} x^2 + y = 3, \\ x - y = 2. \end{cases}$$

| А | Б | В |
|---|---|---|
| | | |
| Г | Д | |
| | Такого зображення серед наведених немає | |

8. Знайдіть множину розв'язків нерівності

$$\frac{-2x}{3} < \frac{1}{2} - \frac{x-1}{3}$$

| А | Б | В | Г | Д |
|---------------------------|-------------------|-------------------|---------------------------|----------------|
| $(-\frac{1}{2}; +\infty)$ | $(-\infty; -2,5)$ | $(-2,5; +\infty)$ | $(-\infty; -\frac{1}{2})$ | Інша відповідь |

9. Розв'яжіть нерівність $\sqrt{x^2} \geq 0$.

| А | Б | В | Г | Д |
|----------------------|------------------|---------------|----------------|----------------|
| $(-\infty; +\infty)$ | Розв'язків немає | $(0; \infty)$ | $(-\infty; 0)$ | Інша відповідь |

10. Укажіть геометричне зображення розв'язків нерівності $|x| \leq 2$.

| А | Б | В | Г | Д |
|---|---|---|---|----------------|
| | | | | Інша відповідь |

11. При яких значеннях k добуток $(k+1)(k-1)(k-2)$ буде додатним?

| А | Б | В | Г | Д |
|----------|---------------------------|---------------------------|--------------|---------------------------------|
| $k < -1$ | $-1 < k < 1$ $i k > 2$ | $1 < k < 2$ $i k < -1$ | $-1 < k < 1$ | $k > 2$ $i -1 \leq k \leq 1$ |

12. Для системи рівнянь $\begin{cases} ax + by = 1, \\ bx + ay = 1 \end{cases}$ укажіть значення a та b , щоб система мала безліч розв'язків.

| А | Б | В | Г | Д |
|------------|---------|----------|-------------|----------------|
| $a \neq b$ | $a = b$ | $a = -b$ | $ a = b $ | Інша відповідь |

13. Укажіть усі значення n , при яких рівняння $5x^2 - 6x + n = 0$ має дійсні корені.

| А | Б | В | Г | Д |
|-----------|-------------------|-------------------|----------------------|--------------|
| $n = 1,8$ | $n > \frac{9}{5}$ | $n < \frac{9}{5}$ | $n \leq \frac{9}{5}$ | $n \geq 1,8$ |

14. При яких значеннях x має місце нерівність $ax^2 + bx + c < 0$, якщо $a < 0$ і $b^2 - 4ac > 0$ (у відповідях під x_1 і x_2 розуміються дійсні корені рівняння $ax^2 + bx + c = 0$, (якщо вони існують, причому $x_1 < x_2$).

| А | Б | В | Г | Д |
|------------------------|---------------------|-----------------|--------------------------|----------------|
| $-\infty < x < \infty$ | Таких значень немає | $x_1 < x < x_2$ | $x < x_1$ $i x > x_2$ | Інша відповідь |

15. Розв'яжіть нерівність $x^2 - 6x + 8 < 0$.

| А | Б | В | Г | Д |
|----------------------|----------|----------------------------------|----------------|----------------|
| $(-\infty; +\infty)$ | $(2; 4)$ | $(-\infty; 2) \cup (4; +\infty)$ | $(-\infty; 4)$ | $(2; +\infty)$ |

16. Укажіть усі корені рівняння

$$\sqrt{x}\sqrt{x+5} \cdot \sqrt{x+2}\sqrt{x-1} = 0.$$

| А | Б | В | Г | Д |
|---|-------------|---------|---------|----------------|
| 1 | $-5; -2; 0$ | $0; -2$ | $0; -5$ | $0; -5; -2; 1$ |

17. Знайдіть значення a , при яких рівняння $3x^2 + ax + 3 = 0$ має два різні дійсні корені.

| А | Б | В | Г | Д |
|-----------------|-------------|----------------------|--|--|
| $a \in (-6; 6)$ | $a = \pm 6$ | $a \in [6; +\infty)$ | $a \in (-\infty; -6) \cup a \in (-\infty; -6) \cup (6; +\infty)$ | $a \in (-\infty; -6) \cup a \in (-\infty; -6)$ |

18. Розв'яжіть нерівність $\frac{3}{x-1,5} \geq 0$.

| А | Б | В | Г | Д |
|------------------|------------------|------------------|------------|----------------|
| $[1,5; +\infty)$ | $(1,5; +\infty)$ | $(-\infty; 1,5)$ | $(1,5; 3]$ | Інша відповідь |

НА ДОПОМОГУ ВЧИТЕЛЮ

19. Знайдіть усі корені рівняння $\frac{x^3 - 225x}{x} = 0$.

| | | | | |
|---------|---|------------|-------|----------------|
| А | Б | В | Г | Д |
| -15; 15 | 0 | -15; 0; 15 | 0; 15 | Інша відповідь |

20. Яке найбільше ціле значення n задовольняє нерівність $-3 < \frac{3-2n}{5} \leq 1$?

| | | | | |
|---|---|---|----|----------------|
| А | Б | В | Г | Д |
| 9 | 8 | 1 | -1 | Інша відповідь |

21. Знайдіть множину коренів рівняння

$$4x^4 - 5x^2 + 1 = 0.$$

| | | | | |
|------------------------------------|------------------------------------|------------------|---------|-----------------------------|
| А | Б | В | Г | Д |
| $-1; -\frac{1}{2}; \frac{1}{2}; 1$ | $-1; -\frac{1}{4}; \frac{1}{4}; 1$ | $\frac{1}{4}; 1$ | $-1; 1$ | $-\frac{1}{2}; \frac{1}{2}$ |

22. Укажіть кількість розв'язків системи рівнянь

$$\begin{cases} x + y = 5, \\ x^3 + y^3 = 35. \end{cases}$$

| | | | | |
|------|-----|-----|---------|----------------|
| А | Б | В | Г | Д |
| Один | Два | Три | Жодного | Інша відповідь |

23. Учень розв'язував задачу: «3 двох станцій, відстань між якими 270 км, одночасно назустріч один одному виїжджають два потяги і зустрічаються через 3 год. На всю відстань один із потягів витрачає на 1 год 21 хв більше, ніж інший. Знайдіть швидкість кожного потяга. Приймавши за x км/год — швидкість одного потяга, а за y км/год — іншого, учень склав декілька систем рівнянь. Розв'язок якої системи буде відповіддю до задачі?»

| | | |
|--|--|---|
| А | Б | В |
| $\begin{cases} 3x + 3y = 270, \\ \frac{270}{x} - \frac{270}{y} = 1,21 \end{cases}$ | $\begin{cases} x + y = 90, \\ \frac{270}{x} + \frac{270}{y} = 1\frac{7}{20} \end{cases}$ | $\begin{cases} x + y = 270, \\ \frac{90}{x} - \frac{90}{y} = 1\frac{7}{20} \end{cases}$ |
| Г | Д | |
| $\begin{cases} 3(x + y) = 270, \\ \frac{270}{x} - \frac{270}{y} = 1\frac{7}{20} \end{cases}$ | Треба скласти іншу систему | |

24. Координата x' центра мас системи матеріальних точок A_1 і A_2 з масами m_1 і m_2 , які розташовані на

прямій у точках з координатами x_1 і x_2 , обчислюється за формулою $x' = \frac{m_1 x_1 + m_2 x_2}{m_1 + m_2}$. Знайдіть m_2 .

| | | | | |
|----------------------------------|----------------------------------|----------------------------------|----------------------------------|----------------|
| А | Б | В | Г | Д |
| $\frac{x' - x_2}{m_1(x_1 - x')}$ | $\frac{m_1(x_1 - x')}{x' - x_2}$ | $\frac{m_1(x' - x_1)}{x' - x_2}$ | $\frac{m_1(x_1 - x')}{x_2 - x'}$ | Інша відповідь |

25. Відомо $-9 < y < 6$. Оцініть значення виразу $\frac{1}{3}y - 2$.

| | | |
|-----------------------------|-----------------------------|-----------------------------|
| А | Б | В |
| $-3 < \frac{1}{3}y - 2 < 0$ | $-5 < \frac{1}{3}y - 2 < 0$ | $-1 < \frac{1}{3}y - 2 < 4$ |
| Г | Д | |
| $-3 < \frac{1}{3}y - 2 < 2$ | Оцінити неможливо | |

Частина 2

Розв'яжіть завдання 26–33. Запишіть відповідь (відповідь у вигляді дроби обов'язково запишіть десятковим дробом) і перенесіть її до бланка А.

26. Розв'яжіть рівняння

$$\frac{2}{x^2 - 4} - \frac{1}{x^2 - 2x} + \frac{x - 4}{x^2 + 2x} = 0.$$

Якщо рівняння має декілька коренів, у відповіді запишіть їх суму.

Відповідь. _____

27. Знайдіть найбільше ціле значення x , яке задовольняє нерівність $\frac{x^2 + 3x}{4 - x} \geq 0$.

Відповідь. _____

28. Розв'яжіть рівняння

$$|3x - 4| + |x - 5| = 4x - 9.$$

Якщо рівняння має декілька коренів, у відповіді запишіть найменше ціле значення з них.

Відповідь. _____

29. Розв'яжіть рівняння

$$\frac{x^2 + x - 5}{x} + \frac{3x}{x^2 + x - 5} + 4 = 0.$$

Якщо рівняння має декілька коренів, у відповіді запишіть їх суму.

Відповідь. _____

НА ДОПОМОГУ ВЧИТЕЛЮ

30. Розв'яжіть нерівність $\frac{x^3 + 3x^2 - x - 3}{x^2 + 3x - 10} < 0$. У відповіді запишіть найбільше ціле значення x із множини розв'язків нерівності.

Відповідь. _____

31. Розв'яжіть систему рівнянь

$$\begin{cases} \frac{x}{y} + \frac{y}{x} = \frac{26}{5}, \\ x^2 - y^2 = 24. \end{cases}$$

Якщо система має декілька пар розв'язків $(x_0; y_0)$, у відповіді запишіть суму добутків $x_0 \cdot y_0$ цих пар.

Відповідь. _____

32. Майстер і учень виготовили за день 100 деталей. Наступного дня продуктивність праці їх зросла на 20 % і 10 % відповідно, тому вони виготовили на 16 деталей більше, ніж попереднього дня. На скільки більше деталей виготовив за перший день майстер?

Відповідь. _____

33. До розчину, який мав 40 г солі, додали ще 20 г води, після чого його концентрація зменшилась на 10 %. Скільки грамів води мав цей розчин?

Відповідь. _____

Частина 3

Розв'язання завдань 34–36 повинне мати обґрунтування. Запишіть послідовні логічні дії та пояснення, зробіть посилання на математичні факти, з яких випливає те чи інше твердження. Якщо потрібно, проілюструйте розв'язання завдань схемами, графіками, таблицями.

УВАГА! Розв'язання завдань 34–36 запишіть у бланку Б.

34. Визначте, при яких значеннях параметра m рівняння $x^2 + 2(m-4)x + m^2 + 6m = 0$ має два різні додатні корені?

35. Визначте кількість розв'язків системи рівнянь

$$\begin{cases} x^2 + y^2 = 9, \\ |x| - y = a \end{cases}$$

залежно від значень параметра a .

36. Розв'яжіть систему рівнянь

$$\begin{cases} x^2 - xy + y^2 = 21, \\ y^2 - 2xy = -15. \end{cases}$$

Тематичний тест № 6
Степені і корені

Частина 1

Завдання 1–25 мають п'ять варіантів відповідей, із яких тільки **ОДНА ПРАВИЛЬНА**. Оберіть правильну, на Вашу думку, відповідь і позначте її у бланку А.

1. Обчисліть: $(-1) \cdot (-1)^3 \cdot (-1)^5 + (-1)^2 \cdot (-1)^4$.

| | | | | |
|----------|----------|----------|----------|----------|
| А | Б | В | Г | Д |
| 1 | -1 | 0 | 2 | -2 |

2. Спростіть: $\left(-\frac{1}{5}\right)^{-3} \cdot a^{-3} \cdot a^{-5}$.

| | | | | |
|--------------------|--------------|---------------------|-----------|------------------------|
| А | Б | В | Г | Д |
| $\frac{1}{125}a^2$ | $-125a^{-8}$ | $-\frac{1}{125}a^2$ | $-125a^2$ | $-\frac{1}{125}a^{-8}$ |

3. Обчисліть: $\left(5^2 \cdot \left(\frac{1}{5}\right)^{-1} - 100 \cdot 5^0\right) \cdot 5^{-1}$.

| | | | | |
|----------|----------|----------|----------|---------------|
| А | Б | В | Г | Д |
| 4 | 1 | 0,25 | 5 | $\frac{1}{5}$ |

4. Серед наведених укажіть графік функції $y = (-x)^{-1}$.

| | | |
|--------------|--------------|--------------|
| А | Б | В |
| Г | Д | |

5. Серед наведених укажіть графік функції $y = -x^{-1}$.

| | | |
|--------------|--------------|--------------|
| А | Б | В |
| Г | Д | |

НА ДОПОМОГУ ВЧИТЕЛЮ

6. Серед наведених укажіть графік функції $y = x^{-2}$.

| | | |
|----------|----------|----------|
| А | Б | В |
| | | |
| Г | Д | |
| | | |

7. Серед наведених укажіть графік функції $y = (-x)^{-2}$.

| | | |
|----------|----------|----------|
| А | Б | В |
| | | |
| Г | Д | |
| | | |

8. Знайдіть область визначення функції

$$y = \sqrt[4]{(x-4)(1-x)}$$

| | | | | |
|----------------|----------------------------------|----------|----------------------|----------------|
| А | Б | В | Г | Д |
| $[4; +\infty)$ | $(-\infty; 1] \cup [4; +\infty)$ | $[1; 4]$ | $(-\infty; +\infty)$ | $(-\infty; 4]$ |

9. Серед наведених виберіть рівняння, що не мають дійсних розв'язків:

- 1) $x^4 = -16$; 2) $x^7 = -1,7$; 3) $x^5 = -1$; 4) $x^{-2} = 0$; 5) $x^6 = 8$.

| | | | | |
|----------|----------|----------|----------|--------------|
| А | Б | В | Г | Д |
| 1) і 2) | 2) і 5) | 3) і 4) | 1) і 4) | 1) і 4) і 5) |

10. Спростіть: $\sqrt[6]{a^6} + \sqrt[6]{(a-1)^6}$.

| | | | | |
|----------|----------|----------|----------|--------------------------------|
| А | Б | В | Г | Д |
| $2a-1$ | $-2a+1$ | 1 | -1 | Правильну відповідь не вказано |

11. Обчисліть: $\sqrt[4]{(1-\sqrt{3})^4} + \sqrt[4]{(4-\sqrt{3})^4}$.

| | | | | |
|---------------|----------------|----------|----------|----------------|
| А | Б | В | Г | Д |
| $5-2\sqrt{3}$ | $-5+2\sqrt{3}$ | 3 | -3 | Інша відповідь |

12. Подайте у вигляді степеня вираз $m^{\frac{4}{7}} \cdot m^{\frac{1}{14}}$.

| | | | | |
|--------------------|-------------------|----------|--------------------|----------------|
| А | Б | В | Г | Д |
| $m^{\frac{9}{14}}$ | $m^{\frac{1}{2}}$ | m^8 | $m^{\frac{3}{14}}$ | Інша відповідь |

13. Обчисліть значення виразу $(2\sqrt[3]{5})^3 - \sqrt[6]{6^6}$.

| | | | | |
|----------|----------|----------|----------|----------------|
| А | Б | В | Г | Д |
| 29 | 4 | 24 | 34 | Інша відповідь |

14. Обчисліть значення виразу $125^{\frac{2}{3}} + 16^{\frac{1}{2}} - 343^{\frac{1}{3}}$.

| | | | | |
|----------|----------|----------|----------|----------------|
| А | Б | В | Г | Д |
| 36 | 2 | 26 | 22 | Інша відповідь |

15. Подайте у вигляді степеня вираз $\frac{\sqrt[3]{\sqrt{b}}}{b\sqrt{b}}$.

| | | | | |
|-------------------|-------------------|--------------------|----------------------|----------------|
| А | Б | В | Г | Д |
| $b^{\frac{1}{9}}$ | $b^{\frac{4}{3}}$ | $b^{-\frac{4}{3}}$ | $b^{-\frac{13}{10}}$ | Інша відповідь |

16. Скоротіть дріб $\frac{x+125}{x^{\frac{1}{3}}+5}$.

| | | | | |
|----------------------|---------------------------------------|---------------------|---------------------------------------|----------------|
| А | Б | В | Г | Д |
| $x^{\frac{2}{3}}+25$ | $x^{\frac{2}{3}}+5x^{\frac{1}{3}}+25$ | $x^{\frac{1}{3}}-5$ | $x^{\frac{2}{3}}-5x^{\frac{1}{3}}+25$ | Інша відповідь |

17. Обчисліть: $\left(\left(\frac{3}{5}\right)^{-3}\right)^{\frac{2}{3}} \cdot 1,5^{-2}$.

| | | | | |
|----------|----------------------|------------------|----------------|----------------|
| А | Б | В | Г | Д |
| 0,81 | $\frac{10000}{6561}$ | $\frac{100}{81}$ | $\frac{25}{4}$ | Інша відповідь |

18. Спростіть вираз $(\sqrt{8}+1)^2 - 4\sqrt{2}$.

| | | | | |
|---------------|---------------|---------------|----------|----------------|
| А | Б | В | Г | Д |
| $9-4\sqrt{2}$ | $9-8\sqrt{2}$ | $9-2\sqrt{2}$ | 9 | Інша відповідь |

19. $M = 5\sqrt[3]{2}$, $N = \sqrt[3]{249}$, $P = \sqrt[6]{251^2}$. Порівняйте M , N і P .

| | | | | |
|-------------|-------------|-------------|-------------|----------------|
| А | Б | В | Г | Д |
| $M < N < P$ | $N < M < P$ | $P < N < M$ | $M < P < N$ | Інша відповідь |

НА ДОПОМОГУ ВЧИТЕЛЮ

20. Скоротіть дріб $\frac{\sqrt[3]{a}-\sqrt[3]{b}}{\sqrt[3]{a^2}-\sqrt[3]{b^2}}$.

| | | | | |
|-------------------------------------|---------------------------|-------------------------------------|---------------------------|----------------|
| А | Б | В | Г | Д |
| $\frac{1}{\sqrt[3]{a}-\sqrt[3]{b}}$ | $\sqrt[3]{a+\sqrt[3]{b}}$ | $\frac{1}{\sqrt[3]{a+\sqrt[3]{b}}}$ | $\sqrt[3]{a}-\sqrt[3]{b}$ | Інша відповідь |

21. Знайдіть значення виразу $\sqrt[5]{16+\sqrt{13}} \cdot \sqrt[5]{16-\sqrt{13}}$.

| | | | | |
|---------------|-----------------|----------|----------|----------------|
| А | Б | В | Г | Д |
| $\sqrt[3]{3}$ | $\sqrt[9]{243}$ | 2 | 3 | Інша відповідь |

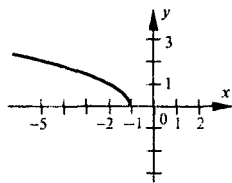
22. Спростіть: $\left(\frac{a^{\frac{1}{2}}+b^{\frac{1}{2}}}{a^{\frac{1}{2}} \cdot b^{\frac{1}{2}}}\right)^{-1}$.

| | | | | |
|---|-----------------------------------|---|---|----------------|
| А | Б | В | Г | Д |
| $\frac{1}{a^{\frac{1}{2}}+b^{\frac{1}{2}}}$ | $a^{\frac{1}{2}}+b^{\frac{1}{2}}$ | $\frac{a^{\frac{1}{2}}+b^{\frac{1}{2}}}{a^{\frac{1}{2}} \cdot b^{\frac{1}{2}}}$ | $\frac{a^{\frac{1}{2}} \cdot b^{\frac{1}{2}}}{a^{\frac{1}{2}}+b^{\frac{1}{2}}}$ | Інша відповідь |

23. Значення якого з наведених виразів — натуральне число?

| | | | | |
|---|-----------------|--------------------|-------------------------------------|--------------------------------|
| А | Б | В | Г | Д |
| $\left(\frac{1}{3}\sqrt[5]{3}\right)^5$ | $\sqrt[3]{-27}$ | $\sqrt[3]{(-8)^8}$ | $\left(\frac{\sqrt{2}}{2}\right)^2$ | Серед цих виразів такого немає |

24. Укажіть функцію, графік якої зображено на рисунку.



| | | | | |
|-------------------|-------------------|-------------------|---------------------|-------------------|
| А | Б | В | Г | Д |
| $y = -\sqrt{x+1}$ | $y = \sqrt{-x-1}$ | $y = \sqrt{-x+1}$ | $y = \sqrt{-(x+1)}$ | $y = \sqrt{-x+1}$ |

25. Спростіть вираз $\sqrt{(\sqrt{a}+2)^2} - 8\sqrt{a}$, якщо $0 \leq a \leq 4$.

| | | | | |
|--------------|--------------|--------------|--------------|----------------|
| А | Б | В | Г | Д |
| $\sqrt{a}-2$ | $\sqrt{a-2}$ | $2-\sqrt{a}$ | $\sqrt{a}+2$ | Інша відповідь |

Частина 2

Розв'яжіть завдання 26–33. Запишіть відповідь (відповідь у вигляді дроби обов'язково запишіть десятковим дробом) і перенесіть її до бланка А.

26. Обчисліть: $16^{0.5} + \left(\frac{1}{16}\right)^{-0.75} - \left(\frac{1}{2}\right)^{-6}$.

Відповідь. _____

27. Виконайте дії: $\left(\frac{a^{\frac{1}{4}}+4}{a^{\frac{1}{4}}-4} + \frac{a^{\frac{1}{4}}-4}{a^{\frac{1}{4}}+4} - \frac{64}{a^{\frac{1}{2}}-16}\right)^{-3}$.

Відповідь. _____

28. Виконайте дії: $\left(\left(\frac{\sqrt[4]{x}-5}{\sqrt[4]{x}+5} - \frac{\sqrt[4]{x}+5}{\sqrt[4]{x}-5}\right) \cdot \frac{10\sqrt[4]{x}}{25-\sqrt{x}}\right)^{-2}$.

Відповідь. _____

29. Обчисліть значення виразу $\sqrt[3]{5-2\sqrt{6}} \cdot \sqrt[4]{49+20\sqrt{6}}$.

Відповідь. _____

30. Знайдіть значення виразу:

$$\sqrt{(-3-\sqrt{2})^2} + \sqrt{(\sqrt{2}-5)^2} + 1.$$

Відповідь. _____

31. Спростіть вираз

$$\left(\frac{\left(a^{\frac{3}{4}}-b^{\frac{3}{4}}\right)\left(a^{\frac{3}{4}}+b^{\frac{3}{4}}\right)}{a^{\frac{1}{2}}-b^{\frac{1}{2}}} - \sqrt{ab}\right) \cdot \frac{2\sqrt{2.5} \cdot \sqrt{10}}{a+b}.$$

Відповідь. _____

32. Обчисліть: $\left(\frac{4^{0.7} \cdot 2^{-0.4}}{2^{-1} \cdot 64^{\frac{1}{3}}}\right)^{\frac{3}{4}} \cdot \left(\frac{25^{0.3} \cdot 5^{1.4}}{9^{\frac{1}{4}} \cdot 3^{-2.5}}\right)^{\frac{1}{2}}$.

Відповідь. _____

33. Обчисліть: $\left(\sqrt[6]{25+4\sqrt{6}} - \sqrt[3]{1+2\sqrt{6}}\right) \cdot \sqrt[3]{1-2\sqrt{6}}$.

Відповідь. _____

Частина 3

Розв'язання завдань 34–36 повинне мати обґрунтування. Запишіть послідовні логічні дії та пояснення, зробіть посилання на математичні факти, з яких впливає те чи інше твердження. Якщо потрібно, проілюструйте розв'язання завдань схемами, графіками, таблицями.

УВАГА! Розв'язання завдань 34–36 запишіть у бланку Б.

НА ДОПОМОГУ ВЧИТЕЛЮ

34. Спростіть ірраціональний вираз

$$\left(\frac{1}{\sqrt{a+\sqrt{a+1}} + \sqrt{a-\sqrt{a-1}}} + \frac{1}{\sqrt{a-\sqrt{a-1}}} \right) : \left(1 + \sqrt{\frac{a+1}{a-1}} \right)$$

35. Знайдіть значення дробу $\frac{(a+x)^{\frac{1}{2}} + (a-x)^{\frac{1}{2}}}{(a+x)^{\frac{1}{2}} - (a-x)^{\frac{1}{2}}}$, якщо

$$x = \frac{2ab}{b^2 + 1}, \text{ де } a > 0, 0 < b < 1.$$

36. Побудуйте графік функції

$$y = \sqrt{x^2 - 16x + 64} - |x + 3| + 2x - 5.$$

Тематичний тест № 7

**Показникова і логарифмічна функції.
Показникові і логарифмічні рівняння,
нерівності і їх системи**

Частина 1

Завдання 1–25 мають п'ять варіантів відповідей, із яких тільки **ОДНА ПРАВИЛЬНА**. Оберіть правильну, на Вашу думку, відповідь і позначте її у бланку А.

1. Укажіть проміжок, на якому функція $y = (1,2)^x$ додатна.

| А | Б | В | Г | Д |
|----------------|----------------|----------------------|----------------|--------------------------|
| $(0; +\infty)$ | $(-\infty; 0)$ | $(-\infty; +\infty)$ | $(1; +\infty)$ | Такого проміжку не існує |

2. На якому з наведених проміжків функція $y = (\sqrt{3})^x$ більша за одиницю?

| А | Б | В | Г | Д |
|----------------|----------------|----------------------|----------------|--------------------------|
| $(0; +\infty)$ | $(-\infty; 0)$ | $(-\infty; +\infty)$ | $(1; +\infty)$ | Такого проміжку не існує |

3. Укажіть проміжок, на якому функція $y = (0,8)^x$ від'ємна.

| А | Б | В | Г | Д |
|----------------|----------------|----------------------|----------------|--------------------------|
| $(0; +\infty)$ | $(-\infty; 0)$ | $(-\infty; +\infty)$ | $(1; +\infty)$ | Такого проміжку не існує |

4. Яке з наведених чисел менше за одиницю?

| А | Б | В | Г | Д |
|---------------|-----------------|----------------|--|-------------------|
| $(1,7)^{3,7}$ | $(0,43)^{-1,5}$ | $(3,5)^{-0,8}$ | $\left(\frac{8}{7}\right)^{\frac{7}{8}}$ | Жодне з наведених |

5. Яке з наведених чисел більше за одиницю?

| А | Б | В | Г | Д |
|-----------------|-----------------|--|-------------------|-------------------|
| $(0,03)^{0,03}$ | $(13,1)^{-5,1}$ | $\left(\frac{3}{8}\right)^{\frac{8}{3}}$ | $(1,001)^{1,001}$ | Жодне з наведених |

6. Укажіть проміжок, на якому функція $y = \log_{0,6} x$ додатна.

| А | Б | В | Г | Д |
|----------------|----------------|----------------|----------|--------------------------|
| $(-\infty; 0)$ | $(0; +\infty)$ | $(1; +\infty)$ | $(0; 1)$ | Такого проміжку не існує |

7. Укажіть проміжок, на якому функція $y = \log_{4,6} x$ від'ємна.

| А | Б | В | Г | Д |
|----------------|----------------|----------------|----------|--------------------------|
| $(-\infty; 0)$ | $(0; +\infty)$ | $(1; +\infty)$ | $(0; 1)$ | Такого проміжку не існує |

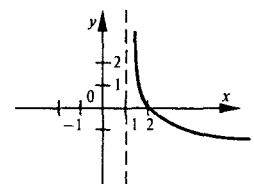
8. Який із наведених виразів додатний?

| А | Б | В | Г | Д |
|--------------|--------------------------|--------------------|-----------------|---------------------|
| $\log_7 0,3$ | $\log_{\frac{1}{3}} 0,1$ | $\log_{1,2} 0,001$ | $\log_{0,5} 48$ | Такого виразу немає |

9. Який із наведених виразів від'ємний?

| А | Б | В | Г | Д |
|--------------------------|------------------|--------------------------|-----------------|---------------------|
| $\log_{0,5} \frac{2}{3}$ | $\log_{0,4} 3,2$ | $\log_{\frac{2}{3}} 0,5$ | $\log_{12} 8,8$ | Такого виразу немає |

10. Графік якої функції зображено на рисунку?



| А | Б | В | Г | Д |
|----------------------------|--------------------------------|--------------------------------|----------------------------------|----------------------------------|
| $y = \log_{\frac{1}{3}} x$ | $y = \log_{\frac{1}{3}} x + 1$ | $y = \log_{\frac{1}{3}} x - 1$ | $y = \log_{\frac{1}{3}} (x - 1)$ | $y = \log_{\frac{1}{3}} (x + 1)$ |

11. Серед наведених укажіть графік функції $y = 2^x + 1$.

| А | Б | В |
|---|---|---|
| | | |
| Г | Д | |
| | | |

НА ДОПОМОГУ ВЧИТЕЛЮ

12. Дано: $M = \log_2 15$, $N = 2 \log_{0.1} 15$ і $K = \lg 15$. Укажіть правильну нерівність.

| | | | | |
|-------------|-------------|-------------|-------------|-------------|
| А | Б | В | Г | Д |
| $M < N < K$ | $K < M < N$ | $N < M < K$ | $N < K < M$ | $M < K < N$ |

13. Обчисліть: $3^{3 - \log_3 9}$.

| | | | | |
|----|-----|---|---|---------------|
| А | Б | В | Г | Д |
| 18 | 243 | 1 | 3 | $\frac{1}{3}$ |

14. Знайдіть значення x , якщо $\log_{\frac{1}{25}} x = -\frac{1}{2}$.

| | | | | |
|---|---|----|----|----|
| А | Б | В | Г | Д |
| 5 | 4 | -2 | -4 | -5 |

15. Обчисліть: $3 \log_{\frac{2}{3}} \frac{8}{27}$.

| | | | | |
|---------------|----|---|---|---|
| А | Б | В | Г | Д |
| $\frac{2}{3}$ | 27 | 3 | 2 | 9 |

16. Знайдіть значення виразу

$$(\log_3 21 - \log_3 189) \cdot \left(\log_5 1\frac{1}{3} + \log_5 0,75 \right).$$

| | | | | |
|---|----|---|----|---|
| А | Б | В | Г | Д |
| 1 | -2 | 0 | -1 | 2 |

17. Для яких x справедлива рівність

$$\log_3 (x-3)^4 = 4 \log_3 (x-3)?$$

| | | | | |
|---------|---------|------------|------------------------|-------------|
| А | Б | В | Г | Д |
| $x < 2$ | $x > 3$ | $x \geq 3$ | $-\infty < x < \infty$ | $1 < x < 3$ |

18. Розв'яжіть рівняння $\left(\frac{3}{7}\right)^{-x} = 2\frac{1}{3}$.

| | | | | |
|----|---|---|-------|---------|
| А | Б | В | Г | Д |
| -1 | 2 | 1 | 1 і 2 | ± 1 |

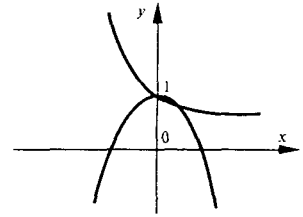
19. Розв'яжіть рівняння $\lg x = \lg 20 - 1$.

| | | | | |
|-------|---|-------|----------------|----|
| А | Б | В | Г | Д |
| 1 і 2 | 2 | 2 і 4 | $2\frac{1}{2}$ | 19 |

20. Знайдіть множину коренів рівняння $x^{\log_2 x} = 2$.

| | | | | |
|-------|---|-------|----------------|----|
| А | Б | В | Г | Д |
| 1 і 2 | 2 | 2 і 4 | $2\frac{1}{2}$ | 19 |

21. Графік, зображений на *рисунку*, можна використати для графічного розв'язання рівняння.



| | | | | |
|------------------|----------------|-------------------------------------|---------------------|---|
| А | Б | В | Г | Д |
| $2^x = -x^2 + 1$ | $2^{-x} = x^3$ | $\left(\frac{1}{2}\right)^x = -x^2$ | $2^{-x} = -x^2 + 1$ | $\left(\frac{1}{2}\right)^x = -(x+1)^2$ |

22. Розв'яжіть рівняння

$$\log_3 x + \log_3 x^2 + \log_3 x^3 = 8 + \log_3 \frac{1}{3} + \log_{\frac{1}{3}} 3.$$

| | | | | |
|----|-------------------|---|--------------------|---------------|
| А | Б | В | Г | Д |
| -3 | $\frac{1}{3}$ і 3 | 3 | $\frac{1}{10}$ і 1 | $\frac{1}{3}$ |

23. Розв'яжіть нерівність $\left(\frac{1}{2}\right)^x \cdot \left(\frac{16}{27}\right)^x \leq \left(\frac{3}{2}\right)^3$.

| | | | | |
|----------------|-----------------|-----------------|-----------------|----------------|
| А | Б | В | Г | Д |
| $[1; +\infty)$ | $(-\infty; -1]$ | $(-1; +\infty)$ | $[-1; +\infty)$ | $(-\infty; 1]$ |

24. При яких значеннях аргументу значення функції $y = \log_{0.1} 5 \cdot \log_5 (x-2)$ невід'ємні?

| | | | | |
|----------------|----------------|----------|----------|----------|
| А | Б | В | Г | Д |
| $(-\infty; 2]$ | $[2; +\infty)$ | $(2; 3]$ | $[2; 3)$ | $[2; 3]$ |

25. Знайдіть область визначення функції

$$y = 0,7^{x-7} + \frac{1}{\lg(x-4)}$$

| | | | | |
|----------------|----------------------------|----------------|----------------------------|--|
| А | Б | В | Г | Д |
| $(7; +\infty)$ | $[4; 7) \cup (7; +\infty)$ | $(4; +\infty)$ | $(4; 7) \cup (7; +\infty)$ | $(4; 5) \cup (5; 7) \cup (7; +\infty)$ |

Частина 2

Розв'яжіть завдання 26–33. Запишіть відповідь (відповідь, у вигляді дробу обов'язково запишіть десятковим дробом) і перепишіть її до бланка А.

26. Обчисліть значення виразу

$$25^{\frac{2}{\log_{\sqrt{5}} 5}} - \left(\log_2 18 - \log_2 4,5 + 5^{\log_2 8} \right)^{\lg 11}.$$

Відповідь. _____

НА ДОПОМОГУ ВЧИТЕЛЮ

27. Розв'яжіть рівняння $2^{2-x} + 2^x = 5$. Якщо рівняння має декілька коренів, у відповіді запишіть їх суму.

Відповідь. _____

28. Розв'яжіть нерівність $(0,7)^{\frac{x^2-7x+6}{x-3}} \leq 1$. У відповіді запишіть найменше ціле значення x , яке задовольняє нерівність.

Відповідь. _____

29. Розв'яжіть рівняння $\log_7^2 x - \log_7 x^2 - 3 = 0$. Якщо рівняння має декілька коренів, у відповіді запишіть їх добуток.

Відповідь. _____

30. Яке найбільше ціле значення x задовольняє нерівність $2^{x^2+x+1} - 3^{x^2+x} > 3^{x^2+x-1} - 2^{x^2+x}$?

Відповідь. _____

31. Розв'яжіть рівняння $\lg^2 100x - 8\lg x = 4$. Якщо рівняння має декілька коренів, у відповіді запишіть їх суму.

Відповідь. _____

32. Розв'яжіть рівняння $\log_4(5^x - 4) + \log_4(5^x - 1) = 1$. Якщо рівняння має декілька коренів, у відповіді запишіть їх добуток.

Відповідь. _____

33. Яке найбільше ціле значення аргументу може мати функція $f(x) = \sqrt{\log_{0,7} \frac{x+2}{x-3}}$?

Відповідь. _____

Частина 3

Розв'язання завдань 34–36 повинні мати обґрунтування. Запишіть послідовні логічні дії та пояснення, зробіть посилання на математичні факти, з яких випливає те чи інше твердження. Якщо потрібно, проілюструйте розв'язання завдань схемами, графіками, таблицями.

УВАГА! Розв'язання завдань 34–36 запишіть у бланку Б.

34. Розв'яжіть систему рівнянь $\begin{cases} x^{\log_8 y} + y^{\log_8 x} = 4, \\ \log_4 x - \log_4 y = 1. \end{cases}$

35. При яких значеннях параметра a функція $y = f(x+a)$ є парною, якщо $f(x) = 3^x + \frac{9}{3^x}$?

36. Розв'яжіть рівняння $\log_3(8x - 2x^2 - 7) = x^2 - 4x + 4$.

Тематичний тест № 8

Похідна, первісна й інтеграл та їх застосування

Частина 1

Завдання 1–25 мають по п'ять варіантів відповідей, із яких тільки ОДНА ПРАВИЛЬНА. Оберіть правильну, на Вашу думку, відповідь і позначте її у бланку А.

1. Знайдіть похідну функції $f(x) = x^5 - x$.

| А | Б | В | Г | Д |
|----------------|-----------------------------|--------------------|--------------------|----------------|
| $f'(x) = 5x^4$ | $f'(x) = \frac{x^6}{6} - 1$ | $f'(x) = 5x^4 - 1$ | $f'(x) = 5x^4 - x$ | Інша відповідь |

2. Обчисліть кутовий коефіцієнт дотичної до графіка функції $y = \cos x$ у точці $x_0 = \pi$.

| А | Б | В | Г | Д |
|---|---|----|---------|----------------|
| 1 | 0 | -1 | ± 1 | Інша відповідь |

3. Знайдіть похідну функції $q(x) = 0,25 \operatorname{tg} 4x$.

| А | Б | В | Г | Д |
|---------------------------------------|--------------------------------|-------------------------------|-------------------------------|----------------|
| $q'(x) = -0,25 \operatorname{ctg} 4x$ | $q'(x) = \operatorname{tg} 4x$ | $q'(x) = \frac{1}{\sin^2 4x}$ | $q'(x) = \frac{1}{\cos^2 4x}$ | Інша відповідь |

4. Тіло рухається за законом $s(t) = 2 + 20t - 5t^2$. Знайдіть миттєву швидкість тіла в момент часу $t = 1$ с (s вимірюється у метрах).

| А | Б | В | Г | Д |
|--------|--------|--------|--------|----------------|
| 12 м/с | 30 м/с | 10 м/с | 17 м/с | Інша відповідь |

5. Знайдіть похідну функції $y = x^5 e^x$.

| А | Б | В | Г | Д |
|-----------------|------------------------|----------------------------|------------------------------|----------------|
| $y' = 5x^4 e^x$ | $y' = x^4 e^x (5 + x)$ | $y' = \frac{x^6}{6} + e^x$ | $y' = x^4 (5e^x + xe^{x-1})$ | Інша відповідь |

6. Знайдіть рівняння дотичної до графіка функції $f(x) = 0,5x^2 - 3x$ у точці $x_0 = -2$.

| А | Б | В | Г | Д |
|--------------|--------------|---------------|----------|----------------|
| $y = 5x - 2$ | $y = 2 - 5x$ | $y = -5x - 2$ | $y = 5x$ | Інша відповідь |

НА ДОПОМОГУ ВЧИТЕЛЮ

7. Знайдіть значення похідної функції $f(x) = \frac{2x-3}{x+4}$, якщо $x = -3$.

| | | | | |
|---|----|----|-----|----------------|
| А | Б | В | Г | Д |
| 5 | 11 | -5 | -11 | Інша відповідь |

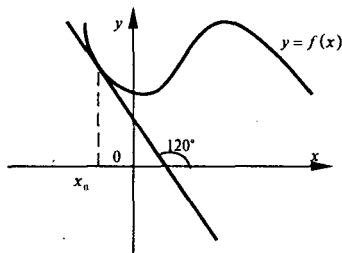
8. Пряма $x+y=2$ паралельна до дотичної графіка функції $y=f(x)$ у точці x_0 . Визначте кут між дотичною і додатним напрямком осі Ox .

| | | | | |
|-----|-----|------|-------|----------------|
| А | Б | В | Г | Д |
| 45° | 90° | 150° | -135° | Інша відповідь |

9. Знайдіть похідну функції $f(x) = (5x-2)^4$.

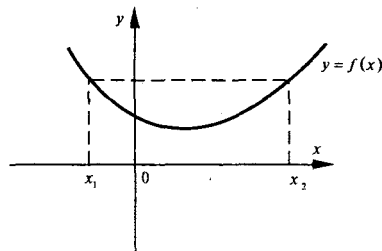
| | | | | |
|---------------------|---------------------|-------------------------------|----------------------|----------------|
| А | Б | В | Г | Д |
| $f'(x) = 4(5x-2)^3$ | $f'(x) = 9(5x-2)^3$ | $f'(x) = \frac{(5x-2)^5}{15}$ | $f'(x) = 20(5x-2)^3$ | Інша відповідь |

10. На *рисунку* зображено графік функції $y=f(x)$ і дотичну до нього в точці з абсцисою x_0 . Обчисліть $f'(x_0)$.



| | | | | |
|----------------------|------------|-----------------------|-------------|----------------|
| А | Б | В | Г | Д |
| $\frac{\sqrt{3}}{2}$ | $\sqrt{3}$ | $-\frac{\sqrt{3}}{3}$ | $-\sqrt{3}$ | Інша відповідь |

11. На *рисунку* зображено графік функції $y=f(x)$. Користуючись графіком, порівняйте $f'(x_1)$ і $f'(x_2)$.



| | | |
|---------------------|---------------------|---------------------|
| А | Б | В |
| $f'(x_1) > f'(x_2)$ | $f'(x_1) = f'(x_2)$ | $f'(x_1) < f'(x_2)$ |
| Г | Д | |
| Порівняти неможливо | Інша відповідь | |

12. Знайдіть проміжки, на яких функція $f(x) = 4\sin 4x$ зростає.

| | |
|---|--|
| А | $-\frac{\pi}{4} + \pi n \leq x \leq \frac{\pi}{4} + \pi n, n \in \mathbb{Z}$ |
| Б | $-\frac{\pi}{8} + \frac{\pi n}{2} \leq x \leq \frac{\pi}{8} + \frac{\pi n}{2}, n \in \mathbb{Z}$ |
| В | $-\frac{\pi}{8} + 2\pi n \leq x \leq \frac{\pi}{8} + 2\pi n, n \in \mathbb{Z}$ |
| Г | $-\frac{\pi}{8} + \pi n \leq x \leq \frac{\pi}{8} + \pi n, n \in \mathbb{Z}$ |
| Д | Інша відповідь |

13. Знайдіть критичні точки функції $f(x) = \frac{1}{3}x^3 - x$.

| | | | | |
|---|----|--------|---|----------------------|
| А | Б | В | Г | Д |
| 0 | -1 | -1 і 1 | 1 | Таких точок не існує |

14. Функція $y=f(x)$ така, що на проміжку $[a;b]$ $f'(x) \leq 0$, на проміжку $[b;c]$ $f'(x) \geq 0$ і на проміжку $[c;d]$ $f'(x) \leq 0$. Укажіть проміжки зростання цієї функції.

| | | | | |
|-------------------|---------|-------------------|-------------------|--------------------------|
| А | Б | В | Г | Д |
| $[a;b]$ і $[c;d]$ | $[b;c]$ | $[b;c]$ і $[c;d]$ | $[a;b]$ і $[b;c]$ | Таких проміжків не існує |

15. Знайдіть загальний вигляд первісної функції $f(x) = 4x^3$.

| | | | | |
|-------------|------------|-----------|-----------|----------------|
| А | Б | В | Г | Д |
| $12x^2 + C$ | $4x^4 + C$ | $x^4 + C$ | $x^3 + C$ | Інша відповідь |

16. Обчисліть: $\int_{\frac{\pi}{6}}^{\frac{\pi}{2}} 2\cos x dx$.

| | | | | |
|---|---|---|----|----------------|
| А | Б | В | Г | Д |
| 2 | 1 | 3 | -1 | Інша відповідь |

17. Знайдіть первісну функції $f(x) = e^{5x}$, графік якої проходить через точку $M(0; \frac{1}{5})$.

| | | | | |
|------------------------|-----------------------------------|---------------------|-----------------------------------|----------------|
| А | Б | В | Г | Д |
| $e^{5x} + \frac{1}{5}$ | $\frac{1}{5}e^{5x} + \frac{1}{5}$ | $\frac{1}{5}e^{5x}$ | $\frac{1}{6}e^{6x} + \frac{1}{5}$ | Інша відповідь |

НА ДОПОМОГУ ВЧИТЕЛЮ

18. Відомо, що для будь-якого x із проміжку $[a; b]$ $q(x) > f(x)$ і $S_1 = \int_a^b f(x) dx$, а $S_2 = \int_a^b q(x) dx$. Порівняйте S_1 і S_2 .

| А | Б | В | Г | Д |
|-------------|-------------|-------------|---------------------|----------------|
| $S_1 > S_2$ | $S_1 < S_2$ | $S_1 = S_2$ | Порівняти неможливо | $S_1 \leq S_2$ |

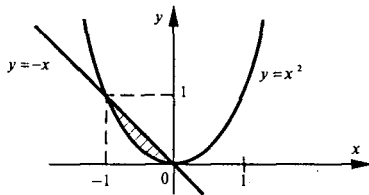
19. Знайдіть загальний вигляд первісної функції $f(x) = 3x^2 + x - 4$.

| А | Б | В |
|--------------------------------|----------------------|-------------------------------|
| $6x + 1 + C$ | $x^3 + x^2 - 4x + C$ | $x^3 + \frac{x^2}{2} - 4 + C$ |
| Г | Д | |
| $x^3 + \frac{x^2}{2} - 4x + C$ | Інша відповідь | |

20. Знайдіть первісну функцію $f(x) = \frac{2}{x}$, $x \in (0; \infty)$, графік якої проходить через точку $A(e^3; 6)$.

| А | Б | В |
|----------------------|------------------|-----------------------|
| $F(x) = 2 \ln x + 6$ | $F(x) = 2 \ln x$ | $F(x) = 2 \ln x - 12$ |
| Г | Д | |
| $F(x) = 2 \ln x - 6$ | Інша відповідь | |

21. Обчисліть площу заштрихованої фігури, зображеної на рисунку.



| А | Б | В | Г | Д |
|---------------|---------------|---------------|---------------|----------------|
| $\frac{5}{6}$ | $\frac{2}{3}$ | $\frac{1}{6}$ | $\frac{1}{6}$ | Інша відповідь |

22. Обчисліть: $\int_1^5 \frac{dx}{x^3}$.

| А | Б | В | Г | Д |
|------|------|-------|-------|----------------|
| 0,48 | 0,52 | -0,48 | -0,52 | Інша відповідь |

23. Яка з наведених функцій є первісною функції $f(x) = 10^x$?

| А | Б | В |
|-------------------------------|----------------------|---------------|
| $F(x) = \frac{10^x}{\ln 10}$ | $F(x) = 10^x \ln 10$ | $F(x) = 10^x$ |
| Г | Д | |
| $F(x) = \frac{10^{x+1}}{x+1}$ | Інша відповідь | |

24. Знайдіть первісну функції $f(x) = \sin x + \frac{1}{\cos^2 x}$, графік якої проходить через точку $B(\pi; 1)$.

| А | Б | В |
|--|--|---|
| $F(x) = \cos x + \operatorname{tg} x$ | $F(x) = -\cos x + \operatorname{tg} x + 2$ | $F(x) = -\cos x + \operatorname{ctg} x$ |
| Г | Д | |
| $F(x) = -\cos x + \operatorname{tg} x$ | Інша відповідь | |

25. Відомо, що $\int_0^{\frac{\pi}{2}} \sin x dx = 1$. Чому дорівнює площа фігури, обмежена графіком функції $y = \sin x$ і прямими $y = 0$, $x = -\frac{\pi}{2}$, $x = \frac{\pi}{2}$?

| А | Б | В | Г | Д |
|---|---|---|----|----------------|
| 0 | 2 | 1 | -2 | Інша відповідь |

Частина 2

Розв'яжіть завдання 26–33. Запишіть відповідь (цілим числом, десятковим дробом) і переписіть її до бланка А.

26. Обчисліть: $\int_1^4 \left(2x - \frac{3}{2\sqrt{x}} + 1 \right) dx$.

Відповідь. _____

27. Знайдіть похідну функції $f(x) = \sin x \cos 3x$ і обчисліть її значення, якщо $x = \pi$.

Відповідь. _____

28. Знайдіть точки екстремуму функції $f(x) = \frac{x^2 + 7x}{x - 9}$.

У відповіді запишіть суму значень цих точок.

Відповідь. _____

29. Знайдіть площу фігури, обмежену лініями

$$y = x^2 - 2x + 1 \text{ і } y = -1 + 3x - x^2.$$

Відповідь. _____

30. Знайдіть проміжки зростання функції $f(x) = x^2 e^{-x}$. У відповіді запишіть найбільше значення змінної x із цих проміжків.

Відповідь. _____

31. Користуючись геометричним змістом визначеного інтеграла, обчисліть $\int_{-3}^3 \sqrt{9 - x^2} dx$. У відповіді вкажіть коефіцієнт числа π .

Відповідь. _____

НА ДОПОМОГУ ВЧИТЕЛЮ

32. Тіло масою 2 кг рухається за законом $s(t) = t^3 - 3t^2 + 2$, де $s(t)$ вимірюється у метрах, а час t — у секундах. Знайдіть силу (у Н), яка діє на це тіло в момент часу $t = 3$ с.

Відповідь. _____

33. Знайдіть найбільше значення функції $f(x) = 2x^3 - 3x^2 - 12x + 1$ на проміжку $[0; 3]$.

Відповідь. _____

Частина 3

Розв'язання завдань 34–36 повинні мати обґрунтування. Запишіть послідовні логічні дії та пояснення, зробіть посилання на математичні факти, з яких випливає те чи інше твердження. Якщо потрібно, проілюструйте розв'язання завдань схемами, графіками, таблицями.

УВАГА! Розв'язання завдань 34–36 запишіть у бланку Б.

34. Парабола проходить через точки $A(0;0)$, $B(1;1)$, $C, D(2;0)$ у вказаному порядку. Знайдіть координати точки C , щоб площа чотирикутника $ABCD$ була найбільшою.

35. Знайдіть усі значення a , при яких на графіку функції $f(x) = ax^3 + (a-1)x^2$ існує єдина точка з від'ємною абсцисою, дотична до якої паралельна прямій $y = 2x$.

36. Знайдіть числа $b > 1$, для яких виконується нерівність $\int_1^b (b-4x) dx \geq 6-5b$.

Тематичний тест № 9

Комбінаторика і біном Ньютона. Початки теорії ймовірності й елементи статистики

Частина 1

Завдання 1–25 мають п'ять варіантів відповідей, із яких тільки **ОДНА ПРАВИЛЬНА**. Оберіть правильну, на Вашу думку, відповідь і позначте її у бланку А.

1. Скільки членів має розклад бінома $(x+a)^n$?

| | | | | |
|-------|-----|-------|-------|----------------|
| А | Б | В | Г | Д |
| $n-1$ | n | $n+1$ | $n+2$ | Інша відповідь |

2. Знайдіть розклад $(a-b)^4$.

| | | | | |
|-------------|-------------|---------------------------------------|---------------------------------------|----------------|
| А | Б | В | Г | Д |
| $a^4 - b^4$ | $a^4 + b^4$ | $a^4 + 4a^3b + 6a^2b^2 + 4ab^3 + b^4$ | $a^4 - 4a^3b + 6a^2b^2 - 4ab^3 + b^4$ | Інша відповідь |

3. Яке значення має біноміальний коефіцієнт середнього члена розкладу $(a+x)^8$?

| | | | | |
|----|----|------|-----|----------------|
| А | Б | В | Г | Д |
| 56 | 70 | 1680 | 120 | Інша відповідь |

4. Комісія складається з голови, секретаря і ще п'ятьох членів. Скількома способами 7 членів комісії можуть розподілити між собою обов'язки?

| | | | | |
|--------------|--------------|--------------|-------------------|----------------|
| А | Б | В | Г | Д |
| $C_7^2 = 21$ | $P_7 = 5040$ | $A_7^2 = 42$ | $P_2 + P_5 = 122$ | Інша відповідь |

5. Треба чотирьох бігунів розставити на естафету 4×100 м. Скільки існує варіантів такої розстановки?

| | | | | |
|----|---|----|----|----------------|
| А | Б | В | Г | Д |
| 24 | 6 | 12 | 16 | Інша відповідь |

6. Із 10 білих і 8 червоних троянд треба скласти букет, який матиме 2 білі і 3 червоні троянди. За допомогою якого з виразів можна обчислити кількість способів це зробити?

| | | | | |
|--------------------|--------------------|------------------------|------------------------|----------------|
| А | Б | В | Г | Д |
| $A_{10}^2 + A_8^3$ | $C_{10}^2 + C_8^3$ | $A_{10}^2 \cdot A_8^3$ | $C_{10}^2 \cdot C_8^3$ | Інша відповідь |

7. Чому дорівнює ймовірність того, що в результаті підкидання грального кубика випаде число, не менше за 3?

| | | | | |
|---------------|---------------|---------------|---------------|----------------|
| А | Б | В | Г | Д |
| $\frac{1}{3}$ | $\frac{1}{6}$ | $\frac{2}{3}$ | $\frac{1}{2}$ | Інша відповідь |

8. У шухляді маємо 16 зелених і 24 червоних кульки. Яка ймовірність того, що обрана навмання кулька буде червоною?

| | | | | |
|---------------|---------------|---------------|---------------|----------------|
| А | Б | В | Г | Д |
| $\frac{2}{5}$ | $\frac{3}{5}$ | $\frac{2}{3}$ | $\frac{3}{4}$ | Інша відповідь |

9. Скількома способами можливо скласти подарунок, в якому було б 3 книги, які можна вибрати із 4 різних книг?

| | | | | |
|---|---|---|----|----------------|
| А | Б | В | Г | Д |
| 3 | 4 | 6 | 12 | Інша відповідь |

10. Кожне двозначне число записали на окремій картці. Яка ймовірність того, що на картці, яку вибрали навмання, записано число, що кратне 15?

| | | | | |
|----------------|----------------|----------------|----------------|----------------|
| А | Б | В | Г | Д |
| $\frac{1}{15}$ | $\frac{2}{33}$ | $\frac{1}{18}$ | $\frac{7}{90}$ | Інша відповідь |

НА ДОПОМОГУ ВЧИТЕЛЮ

11. На кожній із п'яти карток написано одну з літер О, Ш, З, И, Т. Яка ймовірність того, що в результаті розкладання карток у ряд одержимо слово ЗОШИТ?

| А | Б | В | Г | Д |
|---------------|-----------------|----------------|----------------|----------------|
| $\frac{1}{5}$ | $\frac{1}{120}$ | $\frac{1}{20}$ | $\frac{1}{60}$ | Інша відповідь |

12. У коробці є 6 червоних, 4 зелені і декілька жовтих ялинкових кульок. Імовірність того, що навмання витягнута кулька є жовтою, дорівнює $\frac{1}{3}$. Скільки жовтих кульок у коробці?

| А | Б | В | Г | Д |
|----|---|---|---|----------------|
| 15 | 7 | 5 | 1 | Інша відповідь |

13. Імовірність, того що абітурієнт А розв'яже задачу, дорівнює 0,4, абітурієнт В — 0,6, а абітурієнт С — 0,5. Яка ймовірність то, що всі три абітурієнти розв'яжуть цю задачу?

| А | Б | В | Г | Д |
|-----|-------|------|-----|----------------|
| 1,5 | 0,012 | 0,12 | 0,5 | Інша відповідь |

14. Учень має в пеналі 6 запасних стержнів для кулькових ручок із пастою синього кольору і 3 — із пастою червоного кольору. Навмання він бере два стержні. Яка ймовірність того, що обидва стержні будуть синього кольору?

| А | Б | В | Г | Д |
|----------------|---------------|---------------|----------------|----------------|
| $\frac{4}{15}$ | $\frac{7}{8}$ | $\frac{2}{9}$ | $\frac{5}{12}$ | Інша відповідь |

15. До шкільного лікаря прийшли два учні початкових класів, три учні середніх класів і 5 учнів — старшокласників. Лікар на огляд викликає навмання по одному учню. Яка ймовірність того, що першим буде учень із початкових класів, другим — учень середніх класів, а третій — старшокласник?

| А | Б | В | Г | Д |
|----------------|---------------|---------------|-----------------|----------------|
| $\frac{1}{24}$ | $\frac{1}{5}$ | $\frac{1}{2}$ | $\frac{3}{100}$ | Інша відповідь |

16. Із 5 вокалістів, які однаково гарно співають, треба обрати три, щоб скласти з них вокальне тріо. Скільки варіантів обрання таких вокалістів існує?

| А | Б | В | Г | Д |
|----|-----|----|---|----------------|
| 60 | 120 | 10 | 6 | Інша відповідь |

17. Серед 15 яблук, що лежать у корзині, 8 яблук зеленого кольору. Навмання беруть три яблука. Яка ймовірність того, що вони будуть зеленими?

| А | Б | В | Г | Д |
|---------------|----------------|---------------|----------------|----------------|
| $\frac{3}{8}$ | $\frac{8}{65}$ | $\frac{1}{5}$ | $\frac{8}{15}$ | Інша відповідь |

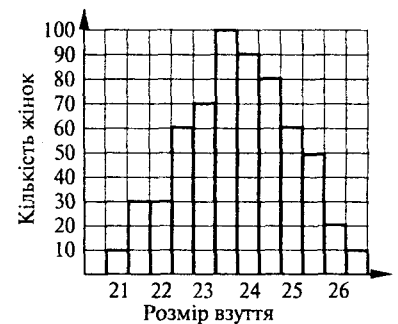
18. Монету підкинули тричі. Яка ймовірність того, що герб випадав рівно два рази?

| А | Б | В | Г | Д |
|---------------|---------------|---------------|---------------|----------------|
| $\frac{3}{4}$ | $\frac{3}{8}$ | $\frac{1}{8}$ | $\frac{1}{6}$ | Інша відповідь |

19. Гральний кубик підкинули 3 рази. Яка ймовірність того, що шістка випаде два рази?

| А | Б | В | Г | Д |
|---------------|----------------|---------------|----------------|----------------|
| $\frac{2}{9}$ | $\frac{1}{36}$ | $\frac{1}{2}$ | $\frac{5}{72}$ | Інша відповідь |

20. За результатами опитування було побудовано гістограму кількості жінок і розміру їх взуття. Назвіть моду цієї вибірки і кількість опитаних жінок.



| А | Б | В | Г | Д |
|----------|----------|-----------|---------|----------------|
| 22,5; 60 | 120; 600 | 23,5; 610 | 100; 60 | Інша відповідь |

21. Скільки різних правильних дробів можна скласти з чисел 3; 5; 7; 11; 13; 17; 19; 23 так, щоб до кожного дробу входило два числа?

| А | Б | В | Г | Д |
|----|----|----|---|----------------|
| 28 | 56 | 14 | 4 | Інша відповідь |

22. Стрелець робить один постріл. Імовірність вибити 10 очок складає 0,1; 9 очок — 0,3; 8 очок — 0,5. Яка ймовірність вибити не менше ніж 9 очок?

| А | Б | В | Г | Д |
|------|-----|------|-----|----------------|
| 0,03 | 0,4 | 0,45 | 0,2 | Інша відповідь |

23. З натуральних чисел від 1 до 36 включно учень навмання називає одне. Яка ймовірність того, що це число є дільником числа 36?

| А | Б | В | Г | Д |
|----------------|---------------|---------------|----------------|----------------|
| $\frac{1}{36}$ | $\frac{1}{3}$ | $\frac{1}{4}$ | $\frac{7}{36}$ | Інша відповідь |

НА ДОПОМОГУ ВЧИТЕЛЮ

24. З натуральних чисел від 1 до 36 включно учень навмання називає одне. Яка ймовірність того, що це число є кратним числу 4?

| А | Б | В | Г | Д |
|---------------|-----------------|---------------|----------------|----------------|
| $\frac{1}{9}$ | $\frac{11}{36}$ | $\frac{1}{4}$ | $\frac{7}{36}$ | Інша відповідь |

25. Знайдіть показник n бінома $\left(\frac{1}{4}x - \frac{3}{5}y\right)^n$, якщо в його розкладі сума всіх показників степеня числа у дорівнює 36.

| А | Б | В | Г | Д |
|----|---|---|----|----------------|
| -8 | 9 | 8 | -9 | Інша відповідь |

Частина 2

Розв'яжіть завдання 26–33. Запишіть відповідь (відповідь у вигляді дроби обов'язково запишіть десятковим дробом) і перенесіть її до бланка А.

26. Знайдіть п'ятий член розкладу бінома $\left(\sqrt[3]{2} - \sqrt{\frac{1}{2}}\right)^n$, якщо останній член цього розкладу дорівнює $(3\sqrt[3]{9})^{-\log_3 8}$.

Відповідь. _____

27. Знайдіть x , якщо п'ятий член розкладу бінома $\left(\sqrt{x} + \frac{1}{x}\right)^6$ дорівнює $\frac{5}{9}$.

Відповідь. _____

28. Розв'яжіть рівняння $C_{x+1}^{x-1} + C_x^{x-2} = 9x + 10$.

Відповідь. _____

29. У вазі стоять 10 занумерованих червоних і 5 рожевих гвоздик. Скількома способами можливо вибрати з вази три квітки так, щоб серед них були як червоні, так і рожеві?

Відповідь. _____

30. Тираж грошової лотереї має 100000 квитків, серед яких 100 виграшів по 50 тис. грн, 1000 — по 20 тис. грн, 5000 по 5 тис. грн і 10000 — по 1000 грн. Яка ймовірність того, що, маючи один квиток цієї грошової лотереї, можна виграти не менше ніж 5 тис. грн?

Відповідь. _____

31. Три стрільці, для яких імовірності влучення в мішень дорівнюють 0,8, 0,75 і 0,7, роблять по одному пострілу. Знайдіть імовірність того, що тільки один із стрільців улучить у мішень.

Відповідь. _____

32. На скільки ймовірніше виграти (чи програти) у рівносільного противника (нічия виключається) одну партію з чотирьох чи три партії з восьми? (У відповіді запишіть цю величину з точністю до 0,0001).

Відповідь. _____

33. Навмання обрані два числа x і y такі, що $0 \leq x \leq 1$ і $0 \leq y \leq 1$. Яка ймовірність того, що $y \leq x$?

Відповідь. _____

Тематичний тест № 10

Планіметрія

Частина 1

Завдання 1–25 мають п'ять варіантів відповідей, із яких тільки одна правильна. Оберіть правильну, на Вашу думку, відповідь і позначте її у бланку А.

1. Кут між меншою діагоналлю паралелограма і більшою стороною дорівнює 35° , а кут між цією діагоналлю і меншою стороною — 85° . Знайдіть кути цього паралелограма.

| А | Б | В | Г | Д |
|--|--|--|--|----------------|
| $80^\circ, 80^\circ, 100^\circ, 100^\circ$ | $65^\circ, 65^\circ, 115^\circ, 115^\circ$ | $120^\circ, 120^\circ, 60^\circ, 60^\circ$ | $70^\circ, 70^\circ, 110^\circ, 110^\circ$ | Інша відповідь |

2. Обчисліть довжину медіани, проведену до гіпотенузи прямокутного трикутника з катетами 30 см і 40 см.

| А | Б | В | Г | Д |
|---------|-------|-------|-------|----------------|
| 12,5 см | 25 см | 50 см | 35 см | Інша відповідь |

3. У рівнобедреному трикутнику ABC з основою AC $\sin \angle A = 0,6$, $AB = 10$ см. Знайдіть основу AC і площу трикутника ABC .

| А | Б | В | Г | Д |
|--------------------------|--------------------------|-------------------------|--------------------------|----------------|
| 12 см, 48 см^2 | 16 см; 96 см^2 | 8 см; 48 см^2 | 16 см; 48 см^2 | Інша відповідь |

4. У трикутнику дві сторони дорівнюють 5 см і 6 см. Яким може бути кут, протилежний до сторони 5 см?

| А | Б | В | Г | Д |
|-------------|------------|------------|----------------------------------|----------------|
| 100° | 90° | 70° | Або 100° , або 90° | Інша відповідь |

5. Діагональ рівнобічної трапеції є бісектрисою її гострого кута. Обчисліть периметр трапеції, якщо її основи дорівнюють 10 см і 20 см.

| А | Б | В | Г | Д |
|-------|-------|-------|---------------------|----------------|
| 50 см | 60 см | 70 см | Обчислити неможливо | Інша відповідь |

НА ДОПОМОГУ ВЧИТЕЛЮ

6. Середня лінія трапеції дорівнює a . Чому дорівнює периметр цієї трапеції, якщо в неї можна вписати коло?

| А | Б | В | Г | Д |
|------|------|------|-----|----------------|
| $3a$ | $4a$ | $5a$ | a | Інша відповідь |

7. Периметр ромба дорівнює 40 см, а одна з його діагоналей — 12 см. Обчисліть площу цього ромба.

| А | Б | В | Г | Д |
|-------------------|-------------------|--------------------|--------------------|----------------|
| 48 см^2 | 96 см^2 | 192 см^2 | 100 см^2 | Інша відповідь |

8. Сторона трикутника, яка протилежна куту 150° , дорівнює 10 см. Обчисліть довжину кола, описаного навколо цього трикутника.

| А | Б | В | Г | Д |
|-------------------|--------------------|--------------------|--------------------|----------------|
| $5\pi \text{ см}$ | $10\pi \text{ см}$ | $20\pi \text{ см}$ | $40\pi \text{ см}$ | Інша відповідь |

9. Діагональ трапеції ділить її на два трикутники, площі яких S_1 і S_2 . Якими можуть бути S_1 і S_2 , якщо основи трапеції відносяться як 1:4?

| А | Б | В | Г | Д |
|--------------|--------------|--------------|-------------|----------------|
| $S_2 = 2S_1$ | $S_2 = 3S_1$ | $S_2 = 4S_1$ | $S_2 = S_1$ | Інша відповідь |

10. Діаметр AB кола перетинає хорду MN , яка дорівнює 12 см, і ділить її навпіл. (F — точка їх перетину). Чому дорівнює довжина діаметра AB , якщо $FB = 2 \text{ см}$?

| А | Б | В | Г | Д |
|------|-------|-------|-------|----------------|
| 8 см | 16 см | 18 см | 20 см | Інша відповідь |

11. Знайдіть кути чотирикутника $ABCD$, вписаного в коло, якщо $\angle BAC = 42^\circ$, $\angle ADB = 100^\circ$, $\angle DBC = 23^\circ$. Кути назвіть у порядку їх розташування в чотирикутнику $ABCD$, починаючи з кута A .

| А | Б | В | Г | Д |
|--|--|--|---|----------------|
| $130^\circ, 176^\circ, 230^\circ, 184^\circ$ | $84^\circ, 46^\circ, 100^\circ, 130^\circ$ | $65^\circ, 38^\circ, 115^\circ, 142^\circ$ | $92^\circ, 115^\circ, 88^\circ, 65^\circ$ | Інша відповідь |

12. Площа трапеції дорівнює 24 дм^2 , висота — 3 дм, а одна з її основ — 2 дм. Якої довжини має бути інша основа трапеції?

| А | Б | В | Г | Д |
|-------|------|-------|------|----------------|
| 14 дм | 6 дм | 16 дм | 8 дм | Інша відповідь |

13. Основи рівнобічної трапеції дорівнюють 12 см і 20 см, а бічна сторона — 5 см. Обчисліть площу цієї трапеції.

| А | Б | В | Г | Д |
|-------------------|-------------------|-------------------|-------------------|----------------|
| 96 см^2 | 48 см^2 | 80 см^2 | 42 см^2 | Інша відповідь |

14. Координати центра кола $O(-1;3)$, а його радіус дорівнює $\sqrt{2}$. Яке рівняння має це коло в прямокутній декартовій системі координат?

| А | Б | В |
|-------------------------|--------------------------------|----------------------------|
| $(x-1)^2 + (y+3)^2 = 2$ | $(x+1)^2 + (y-3)^2 = \sqrt{2}$ | $x^2 + y^2 + 2x - 6y = -8$ |
| Г | Д | |
| $(x-3)^2 + (y+1)^2 = 2$ | Інша відповідь | |

15. Який кут між векторами $\vec{a}(2; -3)$ і $\vec{b}(-5; -1)$?

| А | Б | В | Г | Д |
|---------|-------|--------|-------------|----------------|
| Гострий | Тупий | Прямий | Розгорнутий | Інша відповідь |

16. Обчисліть площу рівнобедреного прямокутного трикутника з гіпотенузою $8\sqrt{2} \text{ см}$.

| А | Б | В | Г | Д |
|-------------------|-------------------|---------------------------|-------------------|----------------|
| 64 см^2 | 16 см^2 | $16\sqrt{2} \text{ см}^2$ | 32 см^2 | Інша відповідь |

17. Обчисліть площу правильного шестикутника, сторона якого дорівнює $4\sqrt{2} \text{ дм}$.

| А | Б | В | Г | Д |
|--------------------------|--------------------------|------------------|----------------------------|----------------|
| $3\sqrt{3} \text{ дм}^2$ | $6\sqrt{2} \text{ дм}^2$ | 6 дм^2 | $1,5\sqrt{6} \text{ дм}^2$ | Інша відповідь |

18. Діагональ прямокутника ділить його кут у відношенні 1:2 і дорівнює 20. Яким може бути відношення довжин сторін цього прямокутника?

| А | Б | В | Г | Д |
|--------------|-----|-----|--------------|----------------|
| $\sqrt{3}:1$ | 2:1 | 1:3 | $2:\sqrt{3}$ | Інша відповідь |

19. Сторони трикутника відносяться як $1:\sqrt{3}:2$. У якому відношенні знаходяться кути цього трикутника?

| А | Б | В | Г | Д |
|-------|----------------|-------|-------|----------------|
| 1:2:3 | $1:\sqrt{3}:2$ | 1:3:4 | 2:3:4 | Інша відповідь |

20. Прямокутну трапецію поділено діагоналлю на два трикутники — рівносторонній зі стороною 8 і прямокутний. Знайдіть середню лінію трапеції.

| А | Б | В | Г | Д |
|---|---|---|-----|----------------|
| 8 | 6 | 5 | 5,5 | Інша відповідь |

НА ДОПОМОГУ ВЧИТЕЛЮ

21. Рівносторонній трикутник, площа якого дорівнює Q , повернуто навколо його центра на 60° . Знайдіть площу спільної частини двох трикутників.

| А | Б | В | Г | Д |
|----------------|----------------|----------------|----------------|----------------|
| $\frac{1}{3}Q$ | $\frac{1}{2}Q$ | $\frac{2}{3}Q$ | $\frac{3}{5}Q$ | Інша відповідь |

22. У трикутнику дві сторони дорівнюють a і b , а протилежні кути — α і β відповідно. Виразіть сторону b через відомі елементи цього трикутника.

| А | Б | В | Г | Д |
|------------------------------------|------------------------------------|------------------------------------|------------------------------------|----------------|
| $\frac{a \sin \alpha}{\sin \beta}$ | $\frac{a \sin \beta}{\sin \alpha}$ | $\frac{\sin \alpha}{a \sin \beta}$ | $\frac{\sin \beta}{a \sin \alpha}$ | Інша відповідь |

23. Сторони трикутника a, b і c , а кут між сторонами b і c дорівнює α . Якими повинні бути сторони a, b і c , щоб кут α був тупим?

| А | Б | В | Г | Д |
|-------------------|-------------------|-------------------|-----------------|----------------|
| $c^2 + b^2 = a^2$ | $c^2 + b^2 < a^2$ | $c^2 + b^2 > a^2$ | $b + c - a = 0$ | Інша відповідь |

24. Перпендикуляр, проведений із точки кола на діаметр, ділить цей діаметр на два відрізки довжиною 9 см і 25 см. Знайдіть довжину перпендикуляра.

| А | Б | В | Г | Д |
|-------|-------|-------|-------|----------------|
| 16 см | 20 см | 17 см | 15 см | Інша відповідь |

25. $ABCD$ — паралелограм, O — точка перетину його діагоналей, O_1 — середина BO . Розкладіть вектор $\overrightarrow{AO_1}$ за векторами $\overrightarrow{AB} = \vec{a}$ і $\overrightarrow{AD} = \vec{b}$.

| А | Б | В | Г | Д |
|-----------------------------------|----------------------------------|--------------------------------|---|----------------|
| $\frac{1}{4}(3\vec{a} + \vec{b})$ | $\frac{1}{4}(\vec{a} - \vec{b})$ | $\frac{1}{4}\vec{b} + \vec{a}$ | $\frac{3}{4}\vec{a} - \frac{1}{4}\vec{b}$ | Інша відповідь |

Частина 2

Розв'яжіть завдання 26–33. Запишіть відповідь (цілим числом, десятковим дробом) і перенесіть її до бланка А.

26. У прямокутному трикутнику катети відносяться як 8:15, а гіпотенуза дорівнює 17 см. Обчисліть площу цього трикутника.

Відповідь. _____

27. Менша діагональ паралелограма, який має кут 60° , дорівнює 3,5 дм, а різниця його сторін — 2,5 дм. Обчисліть периметр цього паралелограма.

Відповідь. _____

28. Дві сторони трикутника й медіана, проведена до третьої сторони, мають довжини 2,7 см, 2,9 см і 2,6 см відповідно. Обчисліть площу цього трикутника.

Відповідь. _____

29. O — точка перетину медіан правильного трикутника MNP . Знайдіть $|\overrightarrow{OM} + \overrightarrow{ON} + \overrightarrow{OP}|$.

Відповідь. _____

30. Обчисліть радіус кола, вписаного в трикутник зі сторонами 7, 15 і 20.

Відповідь. _____

31. Різниця периметрів двох квадратів дорівнює 12 см, різниця їх площ — 105 см^2 . Визначте площі квадратів. У відповіді запишіть більшу з цих площ.

Відповідь. _____

32. У прямокутнику бісектриса прямого кута ділить діагональ на відрізки 30 см і 40 см. Ця бісектриса ділить сторону прямокутника на два відрізки. На скільки більша довжина одного з цих відрізків за довжину другого?

Відповідь. _____

33. У рівнобічну трапецію вписано коло, радіус якого дорівнює 4 см. Обчисліть площу трапеції, якщо її висота удвічі більша за меншу основу.

Відповідь. _____

Тематичний тест № 11
Стереометрія

Частина 1

Завдання 1–25 мають п'ять варіантів відповідей, із яких тільки ОДНА ПРАВИЛЬНА. Оберіть правильну, на Вашу думку, відповідь і позначте її у бланку А.

1. Скільки різних площин можна провести через 5 точок, якщо жодні три з них не належать одній прямій, а жодні чотири точки не належать одній площині?

| А | Б | В | Г | Д |
|---|----|----|---------|----------------|
| 5 | 10 | 20 | Множину | Інша відповідь |

2. Точки K, L і M — середини ребер AC, BC і SC тетраедра $SABC$ відповідно. Яке взаємне розташування площин SAB і KLM ?

| А | Б | В | Г | Д |
|---------------|------------|------------|---------------------|----------------|
| Перетинаються | Паралельні | Збігаються | Визначити неможливо | Інша відповідь |

НА ДОПОМОГУ ВЧИТЕЛЮ

3. Точки K, L, M, N — середини ребер SA, BA, BC і SC тетраедра $SABC$ відповідно. Знайдіть периметр чотирикутника $KLMN$, якщо $AC = a, SB = b$.

| А | Б | В | Г | Д |
|----------|--------|-------|-----------------|----------------|
| $2(a+b)$ | $a+2b$ | $a+b$ | $\frac{a+b}{2}$ | Інша відповідь |

4. $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$ — куб. Точка M — середина ребра AA_1 . Визначте кількість сторін перерізу куба площиною, що проходить через ребро CD і точку M .

| А | Б | В | Г | Д |
|---|---|---|---|----------------|
| 3 | 4 | 5 | 6 | Інша відповідь |

5. Площина α перетинає сторони AB і AC трикутника ABC у точках B_1 і C_1 відповідно і $BC \parallel \alpha$. Обчисліть AC , якщо $AC_1 = 2$ см, $BC : B_1 C_1 = 2 : 1$.

| А | Б | В | Г | Д |
|------|------|------|------|----------------|
| 1 см | 2 см | 3 см | 4 см | Інша відповідь |

6. У прямокутному трикутнику ABC ($\angle C = 90^\circ$) точка M — середина BC , N — довільна точка сторони BC . AS — перпендикуляр до площини ABC . Відстанню від точки S до прямої BC є довжина відрізка.

| А | Б | В | Г | Д |
|------|------|------|------|----------------|
| SM | SC | SB | SN | Інша відповідь |

7. Через вершину B квадрата $ABCD$ проведено пряму BS , перпендикулярну до його площини. Яке з наведених тверджень неправильне?

| А | Б | В | Г | Д |
|---|---|---|--|--|
| Пряма BC перпендикулярна до площини ABS | Пряма BD перпендикулярна до площини ABS | Пряма BD перпендикулярна до площини ASC | Пряма SD не перпендикулярна до площини ABC | Пряма CD не перпендикулярна до площини SBC |

8. Точка M рівновіддалена від сторін ромба $ABCD$. Яке з наведених тверджень правильне?

| А | Б | В | Г | Д |
|--|--|--|--|--|
| Площина AMB перпендикулярна до площини ADC | Площина AMC перпендикулярна до площини ABC | Площина BMC перпендикулярна до площини DMC | Площина ABM перпендикулярна до площини ADC | Площина AMD перпендикулярна до площини ABC |

9. Точка A знаходиться на однаковій відстані від двох перпендикулярних площин і на відстані $a\sqrt{2}$ від лінії перетину цих площин. Знайдіть відстань від точки A до заданих площин.

| А | Б | В | Г | Д |
|---------------|-----|-----------------------|------|----------------|
| $\frac{a}{2}$ | a | $\frac{a\sqrt{2}}{2}$ | $2a$ | Інша відповідь |

10. Точка S віддалена від вершин правильного трикутника, сторона якого дорівнює $\sqrt{3}$ см, на відстань $\sqrt{5}$ см. Чому дорівнює відстань від точки S до площини трикутника?

| А | Б | В | Г | Д |
|------|---------------|------|---------------|----------------|
| 1 см | $\sqrt{2}$ см | 2 см | $\sqrt{3}$ см | Інша відповідь |

11. Кінці відрізка $A(2;1;3)$ і $B(6;1;5)$. Укажіть точку, симетричну середині відрізка AB відносно площини xOy .

| А | Б | В | Г | Д |
|---------------|----------------|--------------|--------------|----------------|
| $(-4; -1; 4)$ | $(-4; -1; -4)$ | $(4; -1; 4)$ | $(4; 1; -4)$ | Інша відповідь |

12. З однієї точки до площини проведено рівні похилі. Кут між ними дорівнює 60° , а між їх проекціями — 90° . Знайдіть кути між похилими і площиною.

| А | Б | В | Г | Д |
|------------|------------|------------|-------------|----------------|
| 30° | 60° | 45° | 135° | Інша відповідь |

13. Якщо за паралельного перенесення точка $A(3;1;2)$ переходить у точку $A_1(6;4;4)$, то в яку точку перейде за такого паралельного перенесення точка $B(-2; -3; 1)$?

| А | Б | В | Г | Д |
|-------------------|----------------|----------------|-----------------|----------------|
| $B_1(-5; -6; -1)$ | $B_2(1; 0; 4)$ | $B_3(1; 0; 3)$ | $B_4(2; 3; -1)$ | Інша відповідь |

14. Серед наведених укажіть правильну рівність, якщо $\vec{a}(-1; -1; 0)$, $\vec{b}(0; 0; 1)$ і $\vec{c}(-1; -1; 2)$.

| А | Б | В | Г | Д |
|----------------------|--------------------------|--------------------------------|--------------------------------------|--------------------------|
| $\vec{a} = -\vec{b}$ | $ \vec{a} = - \vec{b} $ | $\vec{a} + 2\vec{b} = \vec{c}$ | $ \vec{a} + 2 \vec{b} = \vec{c} $ | $ \vec{b} = - \vec{a} $ |

15. Який із наведених векторів перпендикулярний до вектора $\vec{a}(1; 0; -1)$?

| А | Б | В | Г | Д |
|-----------------------|------------------------|-----------------------|----------------------|----------------|
| $\vec{b}_1(-1; 0; 1)$ | $\vec{b}_2(-1; 2; -1)$ | $\vec{b}_3(1; 2; -1)$ | $\vec{b}_4(0; 1; 1)$ | Інша відповідь |

НА ДОПОМОГУ ВЧИТЕЛЮ

16. У похилому паралелепіпеді всі грані — рівні ромби з гострим кутом α і стороною a . Чому дорівнює площа бічної поверхні цього паралелепіпеда?

| А | Б | В | Г | Д |
|--------|--------------------|--------------------|--------------------|----------------|
| $4a^2$ | $4a^2 \cos \alpha$ | $6a^2 \sin \alpha$ | $4a^2 \sin \alpha$ | Інша відповідь |

17. Ребро куба дорівнює a . Серед наведених укажіть неправильне твердження.

| А | Б | В | Г | Д |
|---|-------------------------------------|---|--|---------------------------|
| Діагональ грані куба дорівнює $a\sqrt{2}$ | Діагональ куба дорівнює $a\sqrt{3}$ | Діагоналі куба утворюють із гранями кути 45° | Площа повної поверхні куба дорівнює $6a^2$ | Об'єм куба дорівнює a^3 |

18. У правильній чотирикутній піраміді бічне ребро дорівнює a і нахилене до площини основи під кутом 45° . Знайдіть площу бічної поверхні цієї піраміди.

| А | Б | В | Г | Д |
|--------|--------------------------|---------------|-------------------|----------------|
| $2a^2$ | $\frac{3a^2\sqrt{3}}{4}$ | $a^2\sqrt{3}$ | $a^2(1+\sqrt{3})$ | Інша відповідь |

19. У циліндр, висота якого дорівнює a , вписано правильну трикутну призму, сторона основи якої теж дорівнює a . Яке з наведених тверджень неправильне?

| А | Б | В | Г | Д |
|--|--|---|---|-------------------------------------|
| Радіус основи циліндра дорівнює $\frac{a}{\sqrt{3}}$ | Об'єм циліндра дорівнює $\frac{2\pi a^3}{3}$ | Об'єм циліндра дорівнює $\frac{\pi a^3}{3}$ | Площа осьового перерізу циліндра дорівнює $\frac{2a^2}{\sqrt{3}}$ | Площа бічної поверхні призми $3a^2$ |

20. $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$ — прямокутний паралелепіпед, точка M — середина ребра $B_1 B$. Визначте об'єм піраміди $MA_1 B_1 C_1$, якщо об'єм паралелепіпеда дорівнює V .

| А | Б | В | Г | Д |
|----------------|----------------|----------------|-----------------|----------------|
| $\frac{1}{6}V$ | $\frac{1}{4}V$ | $\frac{1}{8}V$ | $\frac{1}{12}V$ | Інша відповідь |

21. Зрізану піраміду $ABCA_1 B_1 C_1$ одержали перерізом піраміди $SABC$ площиною, що паралельна до основи ABC і ділить її бічне ребро у відношенні 1:2 (рахуючи від вершини). Знайдіть об'єм одержаної зрізаної піраміди, якщо об'єм піраміди $SABC$ дорівнює V .

| А | Б | В | Г | Д |
|----------------|----------------|----------------|------------------|----------------|
| $\frac{2}{3}V$ | $\frac{7}{8}V$ | $\frac{8}{9}V$ | $\frac{26}{27}V$ | Інша відповідь |

22. Твірна конуса дорівнює l і нахилена до площини основи під кутом α . Серед наведених укажіть хибне твердження.

| А | Б | В | Г | Д |
|---|--|--|---|--|
| Радіус основи конуса дорівнює $l \cos \alpha$ | Об'єм конуса дорівнює $\frac{1}{3} \pi l^3 \times \sin \alpha \cos \alpha$ | Площа осьового перерізу конуса дорівнює $\frac{1}{2} l^2 \sin 2\alpha$ | Площа бічної поверхні конуса дорівнює $\pi l^2 \cos \alpha$ | Висота конуса дорівнює $l \sin \alpha$ |

23. Дві металеві кулі з діаметром 1 дм і 2 дм переплавили в одну кулю. Знайдіть діаметр кулі.

| А | Б | В | Г | Д |
|------|----------------------------|------------------|---------------------|----------------|
| 3 дм | $\frac{\sqrt[3]{9}}{2}$ дм | $\sqrt[3]{9}$ дм | $\frac{3\pi}{2}$ дм | Інша відповідь |

24. У циліндр вписано кулю. Чому дорівнює відношення об'єму циліндра до об'єму кулі?

| А | Б | В | Г | Д |
|---------------|---------------|-----------------|---|----------------|
| $\frac{4}{3}$ | $\frac{3}{2}$ | $\frac{\pi}{2}$ | 2 | Інша відповідь |

25. Рівносторонній конус вписано в кулю. Знайдіть відношення площі поверхні кулі до площі бічної поверхні цього конуса.

| А | Б | В | Г | Д |
|---------------|---------------|---------------|---------------|----------------|
| $\frac{3}{2}$ | $\frac{3}{8}$ | $\frac{8}{3}$ | $\frac{4}{3}$ | Інша відповідь |

Частина 2

Розв'яжіть завдання 26–33. Запишіть відповідь (відповідь у вигляді дроби обов'язково запишіть десятковим дробом) і перенесіть її до бланка А.

26. З довільної точки простору до площини α проведено дві похилі, проекції яких дорівнюють 8 см і 20 см. Знайдіть довжини похилих, якщо відомо, що їх різниця становить 8 см. У відповіді запишіть довжину довшої з цих похилих.

Відповідь. _____

27. В основі прямої призми лежить рівнобедрений трикутник. Дві діагоналі, що мають спільну вершину двох суміжних бічних граней, дорівнюють l і утворюють між собою кут α . Через ці діагоналі проведено площину, яка утворює з площиною основи кут β . Визначте об'єм призми. У відповіді запишіть його значення, якщо $l = 12$, $\alpha = 60^\circ$, $\beta = 45^\circ$.

Відповідь. _____

НА ДОПОМОГУ ВЧИТЕЛЮ

28. Знайдіть кут (у градусах) між векторами $\vec{m} = -2\vec{a}$ і $\vec{n} = \frac{1}{2}\vec{b}$, якщо $\vec{a}(-4; 2; 4)$ і $\vec{b}(\sqrt{2}; -\sqrt{2}; 0)$.

Відповідь. _____

29. Знайдіть площу повної поверхні прямокутного паралелепіпеда, у якому периметри трьох граней дорівнюють 16 см, 20 см і 24 см.

Відповідь. _____

30. Бічні грані утворюють із площиною основи піраміди кути по 45° . Знайдіть об'єм піраміди, якщо основа піраміди — рівнобічна трапеція, довжини паралельних сторін якої дорівнюють 8 см і 18 см.

Відповідь. _____

31. Площа перерізу циліндра площиною, якій належить його вісь, дорівнює Q . Знайдіть площу перерізу, який паралельний до осі й відсікає від кола основи дугу α . У відповіді запишіть значення цієї площі, якщо $Q = 8\sqrt{3}$, $\alpha = 120^\circ$.

Відповідь. _____

32. Основою піраміди $MABCD$ є ромб $ABCD$ з діагоналями 16 і 12 ($\angle ADC$ — тупий). Дві бічні грані MDC і MDA перпендикулярні до площини основи, а бічні грані BCM і BAM однаково нахилені до неї. Знайдіть кут між цими гранями й площиною основи, якщо висота піраміди дорівнює $9,6\sqrt{3}$.

Відповідь. _____

33. У переріз сфери площиною вписано прямокутник із кутом між діагоналями α . Радіус сфери, проведений до однієї з вершин цього прямокутника, утворює з площиною перерізу кут β . Знайдіть площу прямокутника, якщо радіус сфери дорівнює R . У відповіді запишіть значення цієї площі, якщо $R = 4$, $\alpha = 30^\circ$, $\beta = 45^\circ$.

Відповідь. _____

Частина 3

Розв'язання завдань 34–36 повинне мати обґрунтування. Запишіть послідовні логічні дії та пояснення, зробіть посилання на математичні факти, з яких випливає те чи інше твердження. Якщо потрібно, проілюструйте розв'язання завдань схемами, графіками, таблицями.

УВАГА! Розв'язання завдань 34–36 запишіть у бланку Б.

34. Циліндр і конус мають спільну основу й спільну висоту. Площі їх повних поверхонь відносяться як 7:4. Знайдіть величину кута нахилу твірної конуса до площини основи.

35. В основі піраміди лежить рівнобедрений трикутник із кутом α при вершині. Всі бічні ребра рівні. Через основу трикутника проведено переріз перпендикулярно до протилежного бічного ребра, який утворює з площиною основи кут β . Визначте висоту піраміди, якщо площа перерізу дорівнює S . Обчисліть, якщо $S = 36 \text{ см}^2$, $\alpha = 60^\circ$, $\beta = 30^\circ$.

36. У прямокутному паралелепіпеді $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$ діагональ AC_1 перпендикулярна до площини, що проходить через точки A_1 , B і D . Доведіть, що цей паралелепіпед є кубом.

Тематичний тест № 12

Ірраціональні рівняння, нерівності та їх системи

Частина 1

Завдання 1–25 мають п'ять відповідей, із яких тільки ОДНА ПРАВИЛЬНА. Оберіть правильну, на Вашу думку, відповідь і позначте її у бланку А.

1. Яке з наведених рівнянь має корінь $x = -2$?

| А | Б | В | Г | Д |
|----------------|---------------------------|---------------------------|--------------------|--------------------|
| $\sqrt{x-1}=1$ | $\sqrt{x-3} = \sqrt{1+x}$ | $\sqrt{1-x^2} = \sqrt{3}$ | $\sqrt{7-x} = 1-x$ | $\sqrt{7-x} = x-1$ |

2. Яке з наведених рівнянь рівносильне рівнянню $|x| = 7$?

| А | Б | В | Г | Д |
|-------------------|----------------------------|------------------|--------------------------|--------------|
| $\sqrt{x+2} = -3$ | $\sqrt{x^2-7} = \sqrt{42}$ | $\sqrt{x-3} = 2$ | $\sqrt{x} = -\sqrt{x-2}$ | Такого немає |

3. Яке з наведених рівнянь не має дійсних розв'язків?

| А | Б | В | Г | Д |
|------------------|----------------------------|------------------|--------------------------|--------------|
| $\sqrt{x+2} = 3$ | $\sqrt{x^2-7} = \sqrt{42}$ | $\sqrt{x-3} = 2$ | $\sqrt{x} = -\sqrt{x-2}$ | Такого немає |

4. Яке з наведених рівнянь не є ірраціональним?

| А | Б | В | Г | Д |
|--------------------|---------------------|--------------------------|------------------|--------------------------|
| $x + \sqrt{x} = 2$ | $x\sqrt{7} = 1 + x$ | $y + \sqrt{y^2 + 9} = 2$ | $\sqrt{x-1} = 3$ | $\frac{1}{\sqrt{x}} = 5$ |

5. Укажіть, в якому з наведених рівнянь число x_0 не є коренем цього рівняння.

| | |
|---|---|
| А | $\sqrt[3]{2-x} = \sqrt[3]{x-2}$, $x_0 = 2$ |
| Б | $\sqrt{x-5} = \sqrt{2x-11}$, $x_0 = 6$ |
| В | $\sqrt{1-x} = \sqrt{x+1}$, $x_0 = 0$ |
| Г | $\sqrt{x-2} = \sqrt{2-x}$, $x_0 = 4$ |
| Д | $(x-5)\sqrt{x-4} = 0$, $x_0 = 4$ |

НА ДОПОМОГУ ВЧИТЕЛЮ

6. Визначте, при яких значеннях x має місце рівність $\sqrt{x-4} \cdot \sqrt{x+4} = \sqrt{x^2-16}$?

| | | | | |
|------------|------------|--------------|------------------------|--------------------|
| А | Б | В | Г | Д |
| $x \leq 4$ | $x \geq 4$ | $-4 < x < 4$ | $-\infty < x < \infty$ | $-4 \leq x \leq 4$ |

7. Знайдіть ОДЗ рівняння $\sqrt{x(x-1)} = \sqrt{-x} \sqrt{1-x}$.

| | | | | |
|------------|------------|-------------------|------------------------|------------|
| А | Б | В | Г | Д |
| $x \leq 0$ | $x \geq 0$ | $0 \leq x \leq 1$ | $-\infty < x < \infty$ | $x \geq 1$ |

8. Яке з наведених рівнянь не має коренів?

| | | | | |
|-------------------|--------------------|----------------------------------|-----------------------------|--------------------|
| А | Б | В | Г | Д |
| $\sqrt{x^2} = -x$ | $\sqrt{ x+1 } = 0$ | $\sqrt{x^2+1} + \sqrt{x-1} = -1$ | $\sqrt{5x-1} = \sqrt{3x-7}$ | $\sqrt{1+x^2} = 2$ |

9. Укажіть множину коренів рівняння $\sqrt[4]{x^4} = -x$.

| | | | | |
|---|---|----------------|----------------|----|
| А | Б | В | Г | Д |
| 1 | 0 | $(-\infty; 0]$ | $[0; +\infty)$ | -1 |

10. Коренями рівняння $(x-5)\sqrt{2-x} = 0$ є такі числа.

| | | | | |
|-------|---|----------------|---|----------------|
| А | Б | В | Г | Д |
| 5 і 2 | 5 | Будь-яке число | 2 | Інша відповідь |

11. Укажіть усі корені рівняння $\sqrt{x-1} \cdot \sqrt{x} \cdot \sqrt{x-2} = 0$.

| | | | | |
|---|---|---|----------|-------|
| А | Б | В | Г | Д |
| 2 | 0 | 1 | 0; 1 і 2 | 1 і 0 |

12. Знайдіть корінь рівняння $\sqrt{x+9} = 4$.

| | | | | |
|---|----|----|---|----------------|
| А | Б | В | Г | Д |
| 1 | -7 | -5 | 7 | Інша відповідь |

13. Розв'яжіть рівняння $\sqrt{x} - 5\sqrt{x} + 6 = 0$. У відповіді вкажіть кількість коренів.

| | | | | |
|------|-----|-----|--------|---------|
| А | Б | В | Г | Д |
| Один | Два | Три | Чотири | Жодного |

14. Розв'язавши рівняння $\sqrt{2x-6} = 5 - \sqrt{x+4}$, учень записав у відповіді його корені: $x_1 = 5$, $x_2 = 165$. Яку відповідь повинен був записати учень?

| | | | | |
|----------------------------|-----------|---------|-------------------------|----------------|
| А | Б | В | Г | Д |
| $x_1 = 5$, $x_2 = 165$ | $x = 165$ | $x = 5$ | Рівняння коренів не має | Інша відповідь |

15. Укажіть усі значення m , при яких рівняння $\frac{m}{\sqrt{x-2}} = 1$ не має коренів.

| | | | | |
|---------|---------|-----------------|------------|----------------|
| А | Б | В | Г | Д |
| $m > 0$ | $m > 2$ | $-2 < m \leq 0$ | $m \leq 0$ | Інша відповідь |

16. Укажіть усі значення a , при яких рівняння $\frac{a}{\sqrt{x+2}} = \sqrt{x} - 2$ має розв'язки.

| | | | | |
|-------------|----------|-------------|---------|----------------|
| А | Б | В | Г | Д |
| $a \geq -4$ | $a < -4$ | $4 < a < 2$ | $a > 0$ | Інша відповідь |

17. Розв'яжіть нерівність $\sqrt{2x-6} > 2$.

| | | | | |
|----------------|----------------|----------|----------------|----------------|
| А | Б | В | Г | Д |
| $(-\infty; 5)$ | $(5; +\infty)$ | $(3; 5)$ | $(-\infty; 3)$ | Інша відповідь |

18. Розв'яжіть нерівність $x + 2 - 4\sqrt{x+2} < 0$.

| | | | | |
|-----------|-----------------|------------|------------|----------------|
| А | Б | В | Г | Д |
| $(0; 14)$ | $(-2; +\infty)$ | $(-2; 14)$ | $[-2; 14)$ | Інша відповідь |

19. Розв'яжіть рівняння $\frac{y-8}{\sqrt[3]{y-2}} = 39$. Укажіть кількість коренів цього рівняння.

| | | | | |
|------|-----|-----|--------|---------|
| А | Б | В | Г | Д |
| Один | Два | Три | Чотири | Жодного |

20. Розв'язавши ірраціональне рівняння, учень записав їх у відповіді. Укажіть, до якого з рівнянь відповідь записано неправильно?

| | |
|---|--|
| А | $\sqrt{2x+15} - \sqrt{x-1} = 3; x_1 = 5, x_2 = 17$ |
| Б | $\sqrt{x+15} - \sqrt{x+10} = \sqrt{2x+13}; x = -6$ |
| В | $\sqrt{x+1} - \sqrt{3x+7} = 6; x_1 = 3, x_2 = 63$ |
| Г | $\sqrt{1,5 - x\sqrt{x^2 - 5,25}} = 2; x = -2,5$ |
| Д | $\sqrt{x+3} + \sqrt{x+5} = 0$; коренів немає |

21. Укажіть ОДЗ рівняння $\frac{2}{\sqrt[4]{3x-9}} = 1$.

| | | | | |
|----------------|----------------|----------------|----------------|----------------|
| А | Б | В | Г | Д |
| $[3; +\infty)$ | $(-\infty; 3]$ | $(3; +\infty)$ | $(-\infty; 3)$ | Інша відповідь |

22. Знайдіть суму коренів рівняння $\sqrt{x-5} \cdot \sqrt[3]{x-1} \cdot \sqrt{6-x} = 0$.

| | | | | |
|----|----|---|----|----------------|
| А | Б | В | Г | Д |
| 11 | 12 | 1 | -1 | Інша відповідь |

23. Укажіть кількість коренів рівняння $(x^2 - 12x + 35) \cdot \sqrt{3-x} = 0$.

| | | | | |
|-----|-----|------|---------|----------------|
| А | Б | В | Г | Д |
| Три | Два | Один | Жодного | Інша відповідь |

НА ДОПОМОГУ ВЧИТЕЛЮ

24. Коренем якого рівняння буде число $x = 0$ при $m > 0$?

| | |
|---|---|
| А | $\sqrt{(x-m)^2} = m$ |
| Б | $\sqrt{m-x} + \sqrt{m+x} + 5 = 0$ |
| В | $\sqrt{(x-1)^2} = m-1$ |
| Г | $\frac{m\sqrt{x+n}}{m-n\sqrt{x}} = \frac{m+n}{m-n}$ |
| Д | $\sqrt{m+x} = \sqrt{x} - \sqrt{m}$ |

25. Розв'язками системи рівнянь

$$\begin{cases} \sqrt{xy-2y} = 4, \\ \sqrt{\frac{y}{x-2}} = 1 \end{cases}$$

є такі пари чисел.

| А | Б | В | Г | Д |
|-------------------------|-------------------------|------------------------|------------|-------------------|
| $(-6; -4),$ $(2; 4)$ | $(6; 4),$ $(-2; -4)$ | $(6; 4),$ $(2; -4)$ | $(-2; -4)$ | Інша відповідь |

Частина 2

Розв'яжіть завдання 26–33. Запишіть відповідь (відповідь у вигляді дробу обов'язково запишіть десятковим дробом) і переписіть її до бланка А.

26. Розв'яжіть рівняння $\sqrt{2x+3} + \sqrt{3x+3} = 1$.

Відповідь. _____

27. Розв'яжіть рівняння: $\frac{2x-8}{\sqrt{6-x}} + \sqrt{6-x} = 3\sqrt{x-4}$.

Якщо рівняння має декілька коренів, у відповіді запишіть їх суму.

Відповідь. _____

28. Розв'яжіть рівняння $\sqrt[3]{8-x} + \sqrt[3]{x+1} = 3$. Якщо рівняння має декілька коренів, у відповіді запишіть їх добуток.

Відповідь. _____

29. Розв'яжіть рівняння

$$2x^2 - 5\sqrt{2x^2 + 3x + 9} + 3x + 3 = 0.$$

Якщо рівняння має декілька коренів, у відповіді запишіть їх суму.

Відповідь. _____

30. Розв'яжіть систему рівнянь

$$\begin{cases} \sqrt{x+y} + \sqrt{xy+21} = 13, \\ \sqrt[4]{x+y} + \sqrt[4]{xy+21} = 5, \\ xy > 0. \end{cases}$$

Якщо $(x_0; y_0)$ — розв'язки системи, у відповіді запишіть суму всіх пар значень $x_0 + y_0$.

Відповідь. _____

31. Розв'яжіть рівняння

$$\sqrt{\frac{x^2+5x+13}{x^2-1}} - \sqrt{\frac{x^2-1}{x^2+5x+13}} = \frac{8}{3}$$

Якщо рівняння має декілька коренів, у відповіді запишіть їх добуток.

Відповідь. _____

32. Розв'яжіть нерівність $\sqrt{\frac{3x-1}{2-x}} > 1$. У відповіді запишіть найбільше ціле значення x , що задовольняє цю нерівність.

Відповідь. _____

33. Розв'яжіть нерівність $\sqrt{x^2+2x-8} < x+10$. У відповіді запишіть найбільше ціле значення x , що задовольняє цю нерівність.

Відповідь. _____

Частина 3

Розв'язання завдань 34–36 повинне мати обґрунтування. Запишіть послідовні логічні дії та пояснення, зробіть посилання на математичні факти, з яких випливає те чи інше твердження. Якщо потрібно, проілюструйте розв'язання завдань схемами, графіками, таблицями.

УВАГА! Розв'язання завдань 34–36 запишіть у бланку Б.

34. Розв'яжіть рівняння

$$\sqrt{8-x} - \sqrt{9+5x} = \sqrt{4-5x} - \sqrt{5+x}.$$

35. Розв'яжіть нерівність $\sqrt{a+\sqrt{x}} + \sqrt{a-\sqrt{x}} < \sqrt{2}$ залежно від параметра a .

36. Розв'яжіть систему рівнянь

$$\begin{cases} \sqrt{x+y} + \sqrt{2x+y+2} = 7, \\ 3x+2y = 23. \end{cases}$$

НА ДОПОМОГУ ВЧИТЕЛЮ**ВІДПОВІДІ, ВКАЗІВКИ ДО ТЕМАТИЧНИХ ТЕСТОВИХ ЗАВДАНЬ****Частина 1**

| № теста / № завдання | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 | 11 | 12 |
|----------------------|---|---|---|---|---|---|---|---|---|----|----|----|
| 1 | В | Б | А | А | В | В | В | В | В | В | Б | Г |
| 2 | Д | А | Б | Б | А | Б | А | Б | Г | Б | Б | Б |
| 3 | Г | Г | Г | Б | Г | Г | Д | Г | Б | Г | В | Г |
| 4 | Б | В | Д | В | Г | В | В | В | В | В | Б | Б |
| 5 | Г | Б | В | Б | В | В | Г | Б | А | А | Г | Г |
| 6 | В | В | Г | Б | В | А | Г | В | Г | Б | Б | Б |
| 7 | А | Г | Г | А | А | А | Г | Б | В | Б | В | А |
| 8 | Б | Г | В | В | В | В | Б | Д | Б | В | Б | В |
| 9 | В | Б | Б | В | А | Г | Б | Г | Б | В | Б | В |
| 10 | Г | А | Д | А | В | Д | Г | Г | А | Г | В | Г |
| 11 | В | В | Б | Б | Б | В | В | В | Б | В | Г | А |
| 12 | А | Б | Б | А | Б | Б | Г | Б | В | А | В | Г |
| 13 | Б | А | В | В | Г | Г | Г | В | В | Б | В | Б |
| 14 | Б | Г | Г | А | Г | Г | А | Б | Г | В | В | В |
| 15 | В | Г | В | Д | Б | В | Д | В | А | Б | Б | Г |
| 16 | В | Г | Б | В | А | Г | В | Б | В | Г | Г | А |
| 17 | Г | В | Б | Г | Г | В | Б | В | Б | Г | В | Б |
| 18 | В | Г | Г | В | Б | Г | В | Б | Б | А | В | В |
| 19 | Г | В | Б | Г | А | Б | Б | Г | Г | А | Б | Б |
| 20 | В | А | Г | Б | Б | В | Г | Б | В | Б | Г | В |
| 21 | Г | В | Д | В | А | Г | Г | В | А | В | Г | В |
| 22 | В | Г | Д | А | Б | А | В | А | Б | Б | Б | А |
| 23 | Г | В | В | Б | Г | В | Г | А | В | Б | В | В |
| 24 | В | Б | Б | Г | Б | Г | В | Г | В | Г | Б | А |
| 25 | Г | А | Г | В | Б | В | Д | Б | Б | А | В | Б |

Частина 2

| № теста / № завдання | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 | 11 | 12 |
|----------------------|-------|-------|-------|-----|----|------|-------|-------|------|-----|-----|-------|
| 26 | 12 | 10 | -4 | 30 | 3 | -52 | -2 | 15 | 210 | 60 | 25 | -1 |
| 27 | 2772 | 985,5 | 1 | -30 | 3 | 0,13 | 2 | 1 | 3 | 11 | 324 | 9,4 |
| 28 | 0,01 | -3 | 1 | -45 | 5 | 0,25 | 1 | 18 | 10 | 2,7 | 45 | 0 |
| 29 | 1 | 15 | 1,5 | 3 | -6 | 1 | 49 | 1,125 | 325 | 0 | 568 | -1,5 |
| 30 | 21,34 | 62 | -0,96 | 3 | -2 | 9 | 0 | 2 | 0,06 | 2 | 312 | 32 |
| 31 | 13,5 | 8 | 2 | -60 | 10 | 10 | 10001 | 4,5 | 0,14 | 361 | 12 | -2,75 |
| 32 | 12 | -1,4 | 9 | -90 | 20 | 120 | 1 | 24 | 0,03 | 28 | 60 | 1 |
| 33 | 525 | 52 | 2 | 15 | 80 | 0 | 4 | 1 | 0,5 | 80 | 8 | -5 |

НА ДОПОМОГУ ВЧИТЕЛЮ

Частина 3

Тематичний тест № 1

34. $x = 3,75$. 35. 24.

36. *Розв'язання.* Оскільки $26\frac{2}{3}\% = \frac{80}{3}\% = \frac{4}{15}$, то другого дня турист подолав на $\frac{4}{15} - 0,225 = \frac{1}{24}$ всього шляху більше, ніж першого, що складає 40 км. Отже, весь шлях дорівнює 960 км. За перший і другий дні турист подолав

$$\left(0,225 + \frac{4}{15}\right) \cdot 960 = 472 \text{ (км)}$$

і йому залишилось подолати $960 - 472 = 488$ (км), що розподіляється на третій і четвертий дні пропорційно числам 2,4 і $1\frac{2}{3}$.

$$2,4 : 1\frac{2}{3} = 36 : 25.$$

Маємо рівняння: $36x + 25x = 488$, звідки $x = 8$. Отже, за третій день турист подолав 288 км, а за четвертий — 200 км. *Відповідь.* 288 км, 200 км.

Тематичний тест № 2

34. $a = 10$, $b = 88$. 36. 5; 24; 45 і 5; 15; 45 або 5; 5; 5 і 5; -5; 5.

Тематичний тест № 3

34. *Вказівка.*

$$y = \cos x + |\cos x| + 1 = \begin{cases} 2\cos x + 1, & \text{якщо } \cos x \geq 0, \\ 1, & \text{якщо } \cos x < 0. \end{cases}$$

35. $\cos \frac{\alpha}{4}$.

36. *Доведення.* Якщо функція $f(x) = \cos x + \cos(x\sqrt{2})$ має період $T \neq 0$, тоді рівність

$$\cos x + \cos(x\sqrt{2}) = \cos(x+T) + \cos((x+T)\sqrt{2})$$

повинна виконуватись для будь-яких дійсних x , а отже й для $x = 0$. Маємо: $\cos T + \cos(T\sqrt{2}) = 2$. Ця рівність може виконуватись лише тоді, коли

$$\begin{cases} \cos T = 1, \\ \cos(\sqrt{2}T) = 1. \end{cases}$$

Звідки

$$\begin{cases} T = 2\pi k, \\ T = \sqrt{2}\pi n, \end{cases} \quad k, n \in \mathbb{Z} \text{ і } 2k = \sqrt{2}n.$$

Це можливо лише тоді, коли $k = n = 0$, але тоді й $T = 0$, що не відповідає означенню періоду функції.

Тематичний тест № 4

34. $\left(\pm \frac{\pi}{12} + \frac{\pi}{4} + \pi\left(k + \frac{n}{2}\right); \pm \frac{\pi}{12} - \frac{\pi}{4} + \pi\left(k - \frac{n}{2}\right)\right)$, де $n \in \mathbb{Z}$, $k \in \mathbb{Z}$.

35. $\left[-\frac{\pi}{2} + \pi n; -\arctg 2 + \pi n\right] \cup \left[\frac{\pi}{4} + \pi k; \frac{\pi}{2} + \pi k\right]$. Де $n \in \mathbb{Z}$, $k \in \mathbb{Z}$.

36. *Розв'язання.* Розв'язавши рівняння

$$\sin^2 x - \left(a + \frac{1}{2}\right) \sin x + \frac{a}{2} = 0$$

відносно $\sin x$, маємо $\sin x = \frac{1}{2}$ або $\sin x = a$. $\sin x = \frac{1}{2}$

на проміжку $\left[0; \frac{5\pi}{4}\right]$ має корені $x_1 = \frac{\pi}{6}$ і $x_2 = \frac{5\pi}{6}$. Тоді

друге рівняння на цьому проміжку повинне мати лише один корінь. А це можливо, якщо $a = 1$ або

$$-\frac{\sqrt{2}}{2} \leq a < 0. \text{ Відповідь. } a \in \left[-\frac{\sqrt{2}}{2}; 0\right) \cup \{1\}.$$

Тематичний тест № 5

34. *Розв'язання.* За теоремою Вієта

$$x_1 + x_2 = -2(m-4), \quad x_1 x_2 = m^2 + 6m,$$

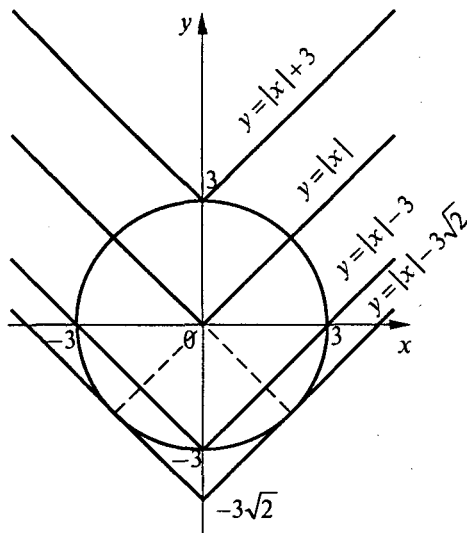
а дискримінант $D = 4(m-4)^2 - 4(m^2 + 6m)$. Тоді

$$\begin{cases} m^2 + 6m > 0, \\ 2(m-4) < 0, \\ (m-4)^2 - (m^2 + 6m) > 0, \end{cases}$$

звідки $m \in (-\infty; -6) \in \left(0; \frac{8}{7}\right)$.

Відповідь. $m \in (-\infty; -6) \cup \left(0; \frac{8}{7}\right)$.

35. *Розв'язання.* Графік рівняння $x^2 + y^2 = 9$ — коло з центром у точці $O(0;0)$ і радіусом 3 одиниці, а графік рівняння $y = |x|$ — це бісектриси I і II координатних кутів (взаємно перпендикулярні), що залежно від параметра a переносяться паралельним перенесенням вздовж прямої Oy .



НА ДОПОМОГУ ВЧИТЕЛЮ

Відповідь. Функція парна при $a = 1$.

36. Розв'язання. ОДЗ:

$$8x - 2x^2 - 7 > 0 \Rightarrow x \in \left(\frac{4 - \sqrt{2}}{2}; \frac{4 + \sqrt{2}}{2} \right).$$

Функція $f_1(x) = 8x - 2x^2 - 7$ набуває найбільше значення, що дорівнює 1, при $x = 2$. Оскільки функція $y = \log_3 t$ зростаюча і $f_1 \in (0; 1]$, то

$$\log_3(8 - 2x^2 - 7) \leq 0.$$

Оскільки $x^2 - 4x + 4 = (x - 2)^2 \geq 0$ для будь-якого x із ОДЗ рівняння, то рівність має місце за виконання умови:

$$\begin{cases} \log_3(8x - 2x^2 - 7) = 0, \\ x - 2 = 0, \end{cases}$$

тобто при $x = 2$.

Відповідь. 2.

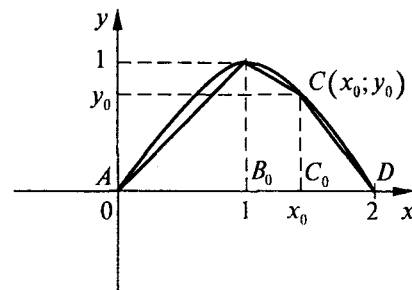
Тематичний тест № 8

34. Розв'язання. Визначимо рівняння параболи $y = ax^2 + bx + c$ за відомими точками

$$A(0;0); B(1;1) \text{ і } D(2;0):$$

$$\begin{cases} x = 0, \\ a + b + c = 1, \\ 4a + 2b + c = 0. \end{cases}$$

Звідки $a = -1, b = 2, c = 0$, отже, $y = -x^2 + 2x$.



На *рисунку* координати шуканої точки $C(x_0; y_0)$, де $y_0 = -x_0^2 + 2x_0$.

Чотирикутник $ABCD$ складається з двох трикутників і трапеції, площі яких дорівнюють

$$S_{\Delta ABB_0} = \frac{1}{2} \cdot 1 \cdot 1 = \frac{1}{2},$$

Відповідь. 1) Якщо $a > 3$ і $a < -3\sqrt{2}$ система розв'язків не має;

2) якщо $a = 3$, система має один розв'язок;

3) якщо $-3 < a < 3$ і $a = -3\sqrt{2}$, система має два розв'язки;

4) якщо $a = -3$, система має три розв'язки;

5) якщо $-3\sqrt{2} < a < -3$, система має чотири розв'язки.

36. Відповідь. $(3\sqrt{3}; \sqrt{3}); (-3\sqrt{3}; -\sqrt{3}); (4; 5); (-4; -5)$.

Тематичний тест № 6

34. $\sqrt{a-1}$. 35. $\frac{1}{b}$. 36. *Вказівка.* $y = \begin{cases} 2x+6, x \leq -3, \\ 0, -3 < x \leq 8, \\ 2x-16, x > 8. \end{cases}$

Тематичний тест № 7

34. $(8; 2), \left(\frac{1}{2}; \frac{1}{8}\right)$. *Вказівка.* $y^{\log_8 x} = x^{\log_8 y}$.

35. *Розв'язання.* Якщо $f(x) = 3^x + \frac{9}{3^x}$, то

$$f(x+a) = 3^{x+a} + \frac{9}{3^{x+a}}, D(f) = R,$$

$$f(-3) = 3^{-x+a} + \frac{9}{3^{-x+a}} = 3^{x+a} + \frac{9}{3^{x+a}}.$$

Ця рівність повинна виконуватись для будь-яких x , а тому і для $x = a$. Маємо

$$3^{-a+a} + \frac{9}{3^{-a+a}} = 3^{2a} + \frac{9}{3^{2a}}, (3^{2a})^2 - 5 \cdot 3^a + 9 = 0.$$

Звідки $\begin{cases} a = 0, \\ a = 1. \end{cases}$ Перевірка функції при $a = 0$ і $a = 1$ дає

відповідь, що функція парна при $a = 1$.

НА ДОПОМОГУ ВЧИТЕЛЮ

$$S_{\Delta CC_0D} = \frac{1}{2}(2-x_0) \cdot (2x_0-x_0^2),$$

$$S_{B_0BCC_0} = \frac{1}{2}(1+2x_0-x_0^2) \cdot (x_0-1).$$

Тоді загальна площа чотирикутника дорівнює сумі цих площ:

$$S(x_0) = \frac{1}{2} + \frac{1}{2}(2-x_0)(2x_0-x_0^2) + \frac{1}{2}(x_0-1)(1+2x_0-x_0^2) = \frac{1}{2}(3x_0-x_0^2+1).$$

Дослідивши цю функцію на екстремуми, знайдемо

$$x_0 = \frac{3}{2}, y_0 = \frac{3}{4}.$$

Відповідь. $C\left(\frac{3}{2}; \frac{3}{4}\right)$.

35. Розв'язання. Нехай ця точка $A(x_0; y_0)$. Тоді

$$y_0 = ax_0^3 + (a-1)x_0^2.$$

А рівняння дотичної у точці x_0 має вигляд:

$$y - y_0 = y'(x_0) \cdot (x - x_0) = (3ax_0^2 + 2(a-1)x_0)(x - x_0).$$

За умови паралельності дотичної і прямої $y = 2x$, маємо:

$$y'(x_0) = 2 \text{ і } 3ax_0^2 + 2(a-1)x_0 - 2 = 0.$$

Дискримінант цього рівняння $\frac{D}{4} = 0$,

$$a^2 + 4a + 1 = 0 \text{ і } a_{1,2} = -2 \pm \sqrt{3},$$

то x_0 — єдина точка. Тоді $x_0 < 0$, якщо $a = -2 \pm \sqrt{3}$.

Відповідь. $a = -2 \pm \sqrt{3}$.

36. Розв'язання. Обчислимо

$$\int_1^b (b-4x) dx = (bx - 2x^2) \Big|_1^b = -b^2 - b + 2.$$

Тоді

$$\begin{cases} -b^2 - b + 2 \geq 6 - 5b, \\ b > 1, \end{cases}$$

якщо $b = 2$.

Відповідь. $b = 2$.

Тематичний тест № 11

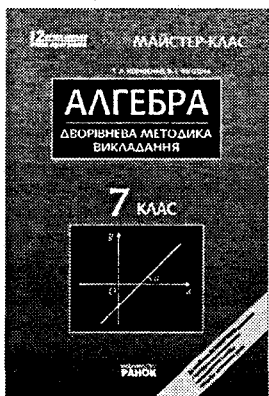
34. $2\arctg \frac{1}{2}$. 35. $\frac{\operatorname{ctg} \beta}{\sin \alpha} \sqrt{\frac{\operatorname{Stg} \frac{\alpha}{2}}{\cos \beta}}; 4\sqrt{b}$ см.

Тематичний тест № 12

34. $-1; -\frac{1}{6}$. 35. $[0; a^2]$, якщо $0 \leq a < \frac{1}{2}$; $(2a-1; a^2]$, якщо $\frac{1}{2} \leq a < 1$. 36. $(-9; 25), (5; 4)$.

ВИДАВНИЦТВО
РАНОК

НА ДОПОМОГУ ВЧИТЕЛЮ



КОД:
128-Т4193У

Формат:
145x215 мм

Кількість сторінок:
192 с.

Видано українською мовою

вартість поштової
доставки **6,95 грн**

Ціна **19,50 грн**

Дворівнева методика викладання АЛГЕБРА. 7 клас

Т. Л. Корнієнко, В. І. Фіготіна

ПОСІБНИК МІСТИТЬ:

- теоретичні основи поглибленого вивчення математики
- зразки виконання завдань і алгоритми розв'язання типових задач
- типові завдання для контрольної роботи
- орієнтовне календарно-тематичне планування
- спорні конспекти до кожної теми

ПОСІБНИК ПРОПОНУЄ:

- дворівневі методичні рекомендації, коментарі та зауваження до послідовності виконання вправ та способів запису їх розв'язання
- запитання і завдання, орієнтовані на формування важливих математичних умінь і навичок

Ви можете замовити ці посібники післяплатою, скориставшись послугами служби «Книга-поштою» та отримати безкоштовний каталог навчальної літератури а/с 3355, Харків, 61045, (057)717-74-55, pochta@ranok.kharkov.ua