Юрій Олександрович Захарійченко
Олександр Володимирович Школьний

МАТЕМАТИКА

Збірник тестових завдань

для підготовки до зовнішнього незалежного оцінювання

Схвалено для використання у навчально-виховному процесі

КИЇВ
«ГЕНЕЗА»
2008

ББК 74.262.21
З-38

Схвалено для використання
у навчально-виховному процесі комісією
з математики Науково-методичної ради з питань освіти
Міністерства освіти і науки України
(лист № 1.4/18 – 2521 від 21.11.07 р.)

Захарійченко Ю. О.
З-38 Математика: Зб. тест. завдань для підготов. [redacted]алеж. оцінювання / Ю. О. Захарійченко, О. В. Школьний. – К.: Ге[redacted] – 104 с.: іл.
ISBN 978-966-504-732-2.

Цей посібник стане в пригоді випускникам [redacted] шкіл, абітурієнтам та усім, хто бажає якісно підготуватися до зов[redacted]жного оцінювання з математики.

Збірник містить 10 тематичних тренувальн[redacted] 5 комбінованих тестів, структура яких відповідає структурі тесту не[redacted]ювання 2007 року.

ББК 74.262.21

ISBN 978-966-504-732-2

Слава Тобі, Господи,
що Ти створив усе потрібне простим,
а все складне – непотрібним.

Григорій Сковорода

Присвячується Всім, Кого ми Любимо...

Шановні школярі, абітурієнти та вчителі!

Останнім часом в Україні поширюється використання тестів як форми перевірки якості знань школярів, абітурієнтів та студентів. У зв'язку з впровадженням зовнішнього оцінювання якості знань з математики, яке проводить Український центр оцінювання якості освіти (УЦОЯО) при Міністерстві освіти і науки України, як альтернативи складання випускних та вступних іспитів виникає необхідність у підготовці саме до тестової форми екзаменаційних завдань і ознайомленні зі специфікою їх розв'язування.

Посібник, який ви зараз тримаєте у руках, допоможе вам у цій нелегкій справі. Він укладений відповідно до чинної програми з математики для учнів загальноосвітніх шкіл, затвердженої МОН України.

Структура посібника є наступною: після ознайомлення з правилами проходження зовнішнього тестування, зразками оцінювання завдань із розгорнутою відповіддю 2007 року та методичними рекомендаціями стосовно підвищення якості результатів тестування пропонуються 10 тематичних тестів, які відповідають основним змістовим лініям сучасної шкільної математики, і 5 комбінованих тренувальних тестів, побудованих за зразком тесту УЦОЯО 2007 року.

Тематичні тести допоможуть вам системно повторити курс математики загальноосвітньої школи. Матеріал цих тестів відповідає наступним 10-ти темам: «Вирази та їх перетворення», «Функції та їх властивості», «Рівняння та системи рівнянь», «Нерівності та системи нерівностей», «Текстові задачі», «Елементи математичного аналізу», «Планіметрія», «Стереометрія», «Вектори і координати», «Елементи теорії ймовірностей і математичної статистики».

Кожний тематичний тест містить 20 завдань різних рівнів відповідно до частин тесту УЦОЯО: 12 завдань першої частини (з вибором однієї правильної відповіді), 6 завдань другої частини (з короткою відповіддю десятковим дробом) і 2 завдання третьої частини (з повним обґрунтуванням).

Особливо зручними тематичні тести є для тих учнів, які відчувають певні прогалини у знаннях того чи іншого матеріалу, мають труднощі під час розв'язування задач із окремих тем шкільного курсу математики. За допомогою перших десяти тематичних тестів самостійно чи під керівництвом учителя або репетитора можна заповнити ці прогалини і подолати зазначені труднощі.

П'ять комбінованих тренувальних тестів побудовано в *повній* відповідності до змісту та структури тесту УЦОЯО 2007 року. Кожний з них містить 38 завдань: 20 завдань першої частини, 15 завдань другої частини і 3 завдання третьої частини. Ці тести дають змогу провести своєрідний тренінг перед зовнішнім оцінюванням з математики, так би мовити, у режимі «реального часу», використовуючи бланки відповідей, ідентичні до реальних, застосовуючи чинні часові обмеження.

Зичимо вам успіху і бажаємо отримати насолоду як від самого процесу формування ґрунтовних і систематичних знань з математики, так і від результатів цього процесу!

Вірте в себе!

* * *

Створення цього посібника було б неможливим без підтримки та уваги з боку колег, друзів, учнів. Особливу вдячність за цінні методичні поради висловлюємо Захарійченко Ліліані Ігорівні та Школьній Олені Володимирівні.

Юрій Захарійченко, кандидат фіз.-мат. наук, доцент кафедри математики НаУКМа
Олександр Школьний, кандидат фіз.-мат. наук, доцент кафедри вищої математики НПУ імені М. П. Драгоманова

ПРАВИЛА ПРОВЕДЕННЯ ЗОВНІШНЬОГО ОЦІНЮВАННЯ ЯКОСТІ ЗНАНЬ З МАТЕМАТИКИ

(з використанням інформаційних матеріалів УЦОЯО при МОН України, розміщених на сайтах www.ukrtest.org та www.mon.gov.ua)

Екзаменаційний тест з математики складається з трьох частин, у яких представлено 38 завдань (30 – з алгебри і початків аналізу та 8 – з геометрії). Відповіді на завдання Частини 1 та Частини 2 потрібно перенести у бланк відповідей А, а розв'язання завдань Частини 3 необхідно записати у бланку Б (зразки бланків наведено після кожного тренувального тесту). У 2007 році на розв'язування усіх завдань тесту виділялося 180 хв.

Правила виконання завдань подано на початку кожної форми завдань. Кожне із завдань № 1–20 Частини 1 має по п'ять варіантів відповідей, з яких тільки ОДНА ПРАВИЛЬНА. Потрібно вибрати правильну, на вашу думку, відповідь і позначити її у бланку А. Завдання № 21–35 Частини 2 потрібно розв'язати, а відповідь записати десятковим дробом та перенести до бланка А. Розв'язання завдань № 36–38 (1 – з геометрії і 2 – з алгебри та початків аналізу) повинні мати обґрунтування. Потрібно записати послідовні логічні дії та пояснення, зробити посилання на математичні факти, з яких випливає те чи інше твердження. Якщо потрібно, слід проілюструвати розв'язання завдань таблицями, діаграмами або графіками.

За кожне правильно виконане завдання № 1–20 учень одержує 1 бал, за кожне правильно виконане завдання № 21–35 – 2 бали. За повне і правильне розв'язання завдань № 36 і № 37 нараховується 4 бали, а за повне і правильне розв'язання завдання № 38 – 6 балів. Таким чином, найбільша кількість балів, яку може набрати учень, дорівнює 64, з них 50 – з алгебри і початків аналізу та 14 – з геометрії.

Завдання Частини 3 перевіряють екзаменатори, користуючись *критеріями оцінювання*.

Для завдань № 36 і № 37 ці критерії є наступними:

Бали	Опис критеріїв
4 бали	Отримано правильну відповідь, обґрунтовано всі ключові моменти розв'язування
3 бали	Наведено логічно правильну послідовність кроків розв'язування. Окремі ключові моменти розв'язування обґрунтовано недостатньо. Можливі 1–2 негрубі помилки чи описки в обчисленнях або перетвореннях, які не впливають на правильність подальшого розв'язування. Отримана відповідь може бути неправильною
2 бали	Наведено логічно правильну послідовність кроків розв'язування. Окремі ключові моменти розв'язування обґрунтовано недостатньо. Можливі 1–2 негрубі помилки чи описки в обчисленнях або перетвореннях, які не впливають на правильність подальшого розв'язування. Отримана відповідь може бути неправильною або неповною (правильно розв'язана лише частина завдання)
1 бал	У правильній послідовності ходу розв'язування відсутні окремі його етапи. Ключові моменти розв'язування не обґрунтовано. Отримана відповідь неправильна або завдання розв'язане неповністю
0 балів	Якщо учень взагалі не приступив до розв'язування задачі або почав розв'язування, але його записи не відповідають зазначеним критеріям оцінювання завдання в 1, 2, 3 або 4 бали

Для завдання № 38 чинні такі критерії:

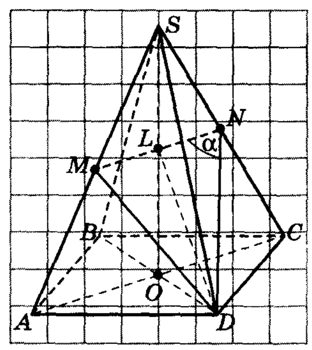
Бали	Опис критеріїв
6 балів	Отримано правильну відповідь, обґрунтовано всі ключові моменти розв'язування
5 балів	Отримано правильну відповідь. Наведено логічно правильну послідовність кроків розв'язування. Окремі ключові моменти розв'язування обґрунтовано недостатньо. Можливі описки в обчисленнях або перетвореннях, які не впливають на правильність відповіді
4 бали	Наведено логічно правильну послідовність кроків розв'язування. Окремі ключові моменти розв'язування обґрунтовано недостатньо. Можливі 1–2 негрубі помилки чи описки в обчисленнях або перетвореннях, які не впливають на правильність подальшого розв'язування. Отримана відповідь може бути неправильною

Бали	Опис критеріїв
3 бали	Наведено логічно правильну послідовність кроків розв'язування. Окремі ключові моменти розв'язування обґрунтовано недостатньо. Можливі 1–2 негрубі помилки чи описки в обчисленнях або перетвореннях, які не впливають на правильність подальшого розв'язування. Отримана відповідь може бути неправильною або неповною (правильно розв'язана лише частина завдання)
2 бали	У правильній послідовності ходу розв'язування відсутні окремі його етапи. Ключові моменти розв'язування не обґрунтовано. Можливі помилки в обчисленнях або перетвореннях, які впливають на подальше розв'язання. Отримана відповідь може бути неповною або неправильною
1 бал	У правильній послідовності ходу розв'язування відсутні окремі його етапи. Ключові моменти розв'язування не обґрунтовано. Отримана відповідь неправильна або завдання розв'язане неповністю
0 балів	Якщо учень взагалі не приступив до розв'язування задачі або почав розв'язування, але його записи не відповідають зазначеним критеріям оцінювання завдання в 1, 2, 3, 4, 5 або 6 балів

Наведемо приклад схеми оцінювання завдань із розгорнутою відповіддю у тесті з математики 2007 року.

36. У правильній чотирикутній піраміді $SABCD$ (S – вершина) бічне ребро вдвічі більше від сторони основи. Знайдіть кут між медіаною трикутника SDC, проведеною з вершини D, та середньою лінією трикутника ASC, що паралельна основі піраміди.

Розв'язання



Нехай $SABCD$ – задана правильна піраміда, в основі якої лежить квадрат $ABCD$, а SO – її висота. Позначимо сторону основи AB через a. Тоді бічне ребро $SA = 2a$.

У трикутнику SDC з вершини D проведемо медіану DN, N – середина ребра SC. У трикутнику ASC проведемо середню лінію, паралельну AC. Вона перетинає ребра SA та SC у точках M і N відповідно. За означенням середньої лінії $AM = MS$ і $SN = NC$. Оскільки AC лежить у площині (ABC) і $MN \parallel AC$, то за ознакою паралельності прямої і площини $MN \parallel (ABC)$.

Прямі MN і ND перетинаються в точці N, тому кут MND є шуканим кутом між медіаною DN трикутника SDC і середньою лінією MN трикутника ASC. Позначимо $\angle MND = \alpha$.

Діагональ AC квадрата $ABCD$ дорівнює $a\sqrt{2}$, а тому середня лінія $MN = \frac{a\sqrt{2}}{2}$.

Висота SO піраміди перетинає MN у точці L. Оскільки трикутники ASC і SMN є рівнобедреними, то $AO = OC$ і $ML = LN = \frac{a\sqrt{2}}{4}$. З прямокутного трикутника SOC за теоремою Піфагора маємо:

$SO = \sqrt{SC^2 - OC^2} = \sqrt{4a^2 - \frac{2a^2}{4}} = a\sqrt{\frac{7}{2}}$. За теоремою Фалеса $SL = LO = \frac{1}{2}SO = a\sqrt{\frac{7}{8}}$.

З прямокутного трикутника LOD за теоремою Піфагора $LD = \sqrt{OD^2 + LO^2} = \sqrt{\frac{2a^2}{4} + \frac{7a^2}{8}} = a\sqrt{\frac{11}{8}}$.

Трикутник DNM – рівнобедрений, оскільки $DM = DN$ як медіани рівних трикутників SAD та SCD. Медіана DL цього трикутника проведена до його основи, а отже, вона є і висотою. Таким чином, трикутник DLN є прямокутним. З трикутника DLN маємо: $\operatorname{tg}\alpha = \frac{LD}{LN} = \sqrt{11}$, а отже, $\alpha = \operatorname{arctg}\sqrt{11}$.

Відповідь: $\alpha = \operatorname{arctg}\sqrt{11}$.

Схема оцінювання

1. За правильно побудований малюнок до задачі з обґрунтуванням паралельності відповідної середньої лінії основи учень одержує **1 бал**.

2. За обґрунтування рівності двох сторін трикутника MND ($DM = DN$) учень од
1 бал.

3. Якщо учень правильно знайшов елементи трикутника DLN, необхідні для знаходження кута α, він одержує ще **1 бал.**

4. За правильну відповідь учень одержує ще **1 бал.**

Таким чином, за правильно розв'язану задачу учень одержує **4 бали.**

• Якщо учень не сполучає точки M і D на малюнку, а розглядає кут α як кут трикутника DLN, то в цьому випадку треба обґрунтувати, що трикутник DLN – прямокутний. Тоді має місце така **схема оцінювання:**

1. За правильно побудований малюнок до задачі з обґрунтуванням паралельності відповідної середньої лінії основі учень одержує **1 бал.**
2. За обґрунтування того, що $LD \perp MN$, учень одержує ще **1 бал.**
3. Якщо учень правильно знайшов елементи трикутника DLN, необхідні для знаходження кута α, він одержує ще **1 бал.**
4. За правильну відповідь учень одержує ще **1 бал.**

Таким чином, за правильно розв'язану задачу учень одержує **4 бали.**

• Якщо учень для розв'язування задачі використав векторно-координатний метод, то **тоді** має місце така **схема оцінювання:**

1. За правильне обґрунтування висоти SO учень одержує **1 бал.**
2. За вибір системи координат з поясненням необхідних точок учень одержує ще **1 бал.**
3. За обчислення координат цих точок учень одержує ще **1 бал.**
4. За правильну відповідь учень одержує ще **1 бал.**

Таким чином, за правильно розв'язану задачу учень одержує **4 бали.**

37. Побудуйте графік функції $y = \dfrac{\sqrt{-x} + \left|4 - \sqrt{-x}\right|}{2}$.

Розв'язання

Знаходимо область визначення функції, тобто розв'язуємо нерівність $-x \geqslant 0$. Отримаємо, що $D(y) = (-\infty; 0]$.

Знайдемо точки, у яких модуль дорівнює нулю, тобто розв'яжемо рівняння $4 - \sqrt{-x} = 0$, звідси $x = -16$.

Розкриємо модуль: якщо $x \in (-\infty; -16]$, то $y = \dfrac{\sqrt{-x} - (4 - \sqrt{-x})}{2} = \dfrac{2\sqrt{-x} - 4}{2} = \sqrt{-x} - 2$; якщо $x \in (-16; 0]$, то $y = \dfrac{\sqrt{-x} + 4 - \sqrt{-x}}{2} = 2$.

Побудуємо ескіз графіка функції.

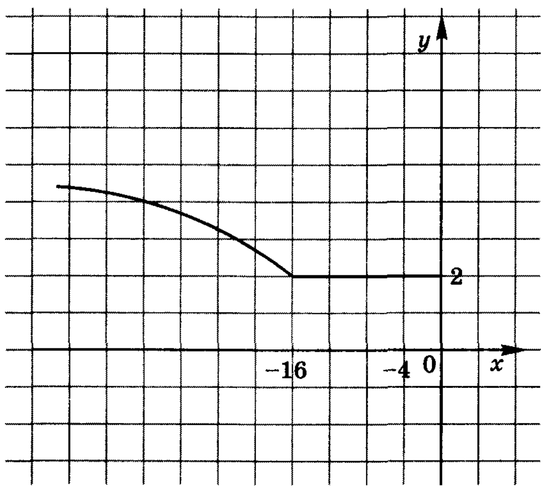


Схема оцінювання

1. За правильно знайдену область визначення $D(y)$ учень одержує **1 бал.**
2. Якщо учень правильно розкрив модуль на проміжку $x \in (-\infty; -16]$, то він одержує ще **1 бал.**
3. Якщо учень правильно розкрив модуль на проміжку $(-16; 0]$, то він одержує ще **1 бал.**
4. За правильно побудований ескіз графіка функції учень одержує ще **1 бал.**

Таким чином, за правильно розв'язане завдання учень одержує **4 бали.**

38. Розв'яжіть нерівність $(x^2-2\sqrt{a}\cdot x+1)(2^x+\lg a)<0$.

Розв'язання

Визначимо область допустимих значень параметра a: $a>0$.
Дана нерівність еквівалентна наступній сукупності систем нерівностей:

$$\left[\begin{array}{l}\begin{cases}x^2-2x\sqrt{a}+1>0,\\ 2^x+\lg a<0;\end{cases}\\ \begin{cases}x^2-2x\sqrt{a}+1<0,\\ 2^x+\lg a>0.\end{cases}\end{array}\right.$$

Розв'яжемо спочатку першу систему нерівностей. Для цього розглянемо нерівність $x^2-2\sqrt{a}\cdot x+1>0$. Обчислимо $\frac{D}{4}=(\sqrt{a})^2-1=a-1$ для відповідного квадратного рівняння. Розглянемо наступні випадки відносно значень параметра a:

1. Якщо $a<1$, то розв'язком першої нерівності даної системи буде множина всіх дійсних чисел, а розв'язком нерівності $2^x<-\lg a$ буде інтервал $(-\infty;\ \log_2\lg\frac{1}{a})$. Отже, остаточний розв'язок першої системи нерівностей матиме вигляд: $x\in(-\infty;\ \log_2\lg\frac{1}{a})$ при $0<a<1$.

2. Якщо $a\geqslant 1$, то розв'язком нерівності $x^2-2\sqrt{a}\cdot x+1>0$ буде об'єднання інтервалів $(-\infty;\ \sqrt{a}-\sqrt{a-1})$ і $(\sqrt{a}+\sqrt{a-1};\ +\infty)$, а нерівність $2^x<-\lg a$ не матиме розв'язків. Отже, в цьому випадку перша система нерівностей не має розв'язків.

Розв'яжемо другу систему нерівностей. Спочатку розглянемо нерівність $x^2-2\sqrt{a}\cdot x+1<0$. Враховуючи розв'язання попередньої системи, $\frac{D}{4}=(\sqrt{a})^2-1=a-1$. Розглянемо випадки відносно значень параметра a:

1. Якщо $a<1$, то нерівність не має розв'язків, а отже, друга система нерівностей також не має розв'язків.

2. Якщо $a>1$, то розв'язком нерівності $x^2-2\sqrt{a}\cdot x+1<0$ буде інтервал $(\sqrt{a}-\sqrt{a-1};\ \sqrt{a}+\sqrt{a-1})$, а розв'язком нерівності $2^x<-\lg a$ буде множина всіх дійсних чисел. Отже, остаточний розв'язок другої системи нерівностей матиме вигляд: $x\in(\sqrt{a}-\sqrt{a-1};\ \sqrt{a}+\sqrt{a-1})$.

3. Якщо $a=1$, то одержимо нерівність $x^2-2x+1<0$, яка не має розв'язків.

Відповідь: множина допустимих значень параметра a: $a>0$.

Якщо $0<a<1$, то $x\in(-\infty;\ \log_2\lg\frac{1}{a})$;

якщо $a>1$, то $x\in(\sqrt{a}-\sqrt{a-1};\ \sqrt{a}+\sqrt{a-1})$;

якщо $a=1$, то нерівність не має розв'язків.

Схема оцінювання

1. Якщо учень правильно знайшов область допустимих значень параметра a і розглянув нерівність як сукупність двох систем нерівностей, то він одержує **1 бал**.
2. За правильно розв'язану першу систему нерівностей учень одержує ще **2 бали**. Якщо він припустився помилки при розв'язанні однієї з нерівностей за умови, що друга нерівність розв'язана правильно, учень одержує лише **1 бал**.
3. За правильно розв'язану другу систему нерівностей учень одержує ще **2 бали**. Якщо він припустився помилки при розв'язуванні однієї з нерівностей за умови, що друга нерівність розв'язана правильно, учень одержує лише **1 бал**.
4. За правильно записану остаточну відповідь учень одержує ще **1 бал**.

Таким чином, за правильно розв'язану задачу учень одержує **6 балів**.

• Якщо учень розв'язує нерівність ***методом інтервалів***, то в цьому випадку має місце така **схема оцінювання:**

1. За правильно знайдену ОДЗ змінної і параметра учень одержує **1 бал**.

2. За правильно знайдені нулі функції $y=(x^2-2\sqrt{a}\cdot x+1)(2^x+\lg a)$ з наведенням відповідних значень параметра a учень одержує ще **2 бали**. Якщо знайдені нулі тільки одного множника з наведенням відповідних значень параметра, то учень одержує лише **1 бал**.

3. За правильне застосування методу інтервалів на кожному з виділених проміжків для параметра a учень одержує ще **2 бали**. Якщо учень розглянув лише один із випадків $a>1$ або $0<a<1$, то він одержує лише **1 бал**.

4. За правильно записану остаточну відповідь учень одержує ще **1 бал**.

Таким чином, за правильно розв'язану задачу учень одержує **6 балів**.

• Якщо учень розв'язує нерівність ***методом розбиття всіх значень а на три випадки:*** $0<a<1$, $a=1$ і $a>1$, то в цьому разі має місце така **схема оцінювання:**

1. Якщо учень дослідив випадок $a=1$ і отримав правильну відповідь, то він одержує **1 бал**.
2. Якщо учень дослідив випадок $0<a<1$ і отримав правильну відповідь, то він одержує ще **2 бали**.
3. Якщо учень дослідив випадок $a>1$ і отримав правильну відповідь, то він одержує ще **2 бали**.
4. За правильно записану остаточну відповідь учень одержує **ще 1 бал**.

Таким чином, за правильно розв'язану задачу учень одержує **6 балів**.

Математика

ДЕЯКІ ЗРАЗКИ І МЕТОДИЧНІ КОМЕНТАРІ ТА ПОРАДИ ЩОДО РОЗВ'ЯЗУВАННЯ ТЕСТОВИХ ЗАВДАНЬ ЧАСТИНИ 1 і ЧАСТИНИ 2

1. Укажіть інтервал, якому належить число $\sqrt{7-4\sqrt{3}}$.

А	Б	В	Г	Д
(–3; –0,5]	(–0,5; 0]	(0; 0,5]	(0,5; 1]	(1; 3]

Розв'язання. Виділимо повний квадрат двочлена під коренем. Маємо: $\sqrt{7-4\sqrt{3}}=\sqrt{(\sqrt{3}-2)^2}=$ $=|\sqrt{3}-2|=2-\sqrt{3}\approx 0,3$. Отже, $\sqrt{7-4\sqrt{3}}\in(0;\,0,5]$.

Відповідь: В.

Коментар. Розв'язуючи завдання 1, варіанти відповідей А і Б можна одразу відкинути, оскільки арифметичний квадратний корінь є невід'ємним числом. Однак наявність цих варіантів серед відповідей не є випадковою, а зумовлена типовою помилкою: застосуванням «формули» $\sqrt{a^2}=a$, що може привести до від'ємного значення виразу.

2. Обчисліть $\lg(\mathrm{tg}25°)\cdot\lg(\mathrm{tg}35°)\cdot\lg(\mathrm{tg}45°)\cdot\lg(\mathrm{tg}55°)$.

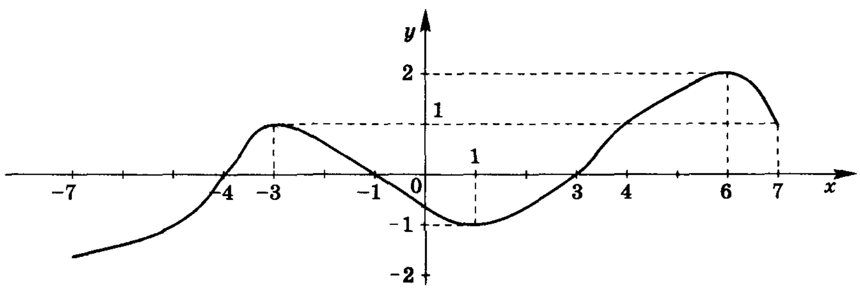
А	Б	В	Г	Д
lg(tg160°)	1	lg(tg2165625°)	0	lg(tg25°)

Розв'язання. Оскільки $\mathrm{tg}45°=1$, а $\lg 1=0$, то значення даного виразу дорівнює 0.

Відповідь: Г.

Коментар. Це завдання належить до специфічних тестових і потребує певного «осяяння» та уважності.

3. На малюнку зображено графік функції $f(x)$, визначеної на відрізку $[-7;\,7]$.



3.1. Скільки нулів матиме функція $f'(x)$ на проміжку $(-7;\ 7)$?

А	Б	В	Г	Д
жодного	один	два	три	більше трьох

Розв'язання. Похідна функції $f'(x) = 0$ у стаціонарних точках, зокрема у точках екстремуму функції. З малюнка видно, що дана функція має 3 точки екстремуму: $x_1 = -3$, $x_2 = 1$, $x_3 = 6$, які й будуть нулями функції $f'(x)$.

Відповідь: Г.

3.2. Знайдіть добуток коренів рівняння $f(|x|) = 0$ на проміжку $[-7;\ 7]$.

А	Б	В	Г	Д
16	9	–9	–16	–12

Розв'язання. Слід побудувати ескіз графіка функції $y = f(|x|)$. Його ми отримаємо, відкинувши частину графіка функції $f(x)$, яка відповідає від'ємним значенням змінної x, і виконавши симетрію відносно осі Oy тієї частини графіка, що відповідає додатним значенням змінної x. Тоді нулями отриманої функції будуть числа 3 і –3, добуток яких дорівнює –9.

Відповідь: В.

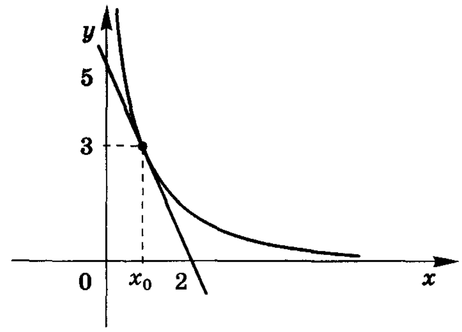
3.3. Знайдіть суму довжин проміжків, на яких функція $y = |f(x)|$ зростає.

А	Б	В	Г	Д
6	7	8	10	таких проміжків немає

Розв'язання. Слід побудувати ескіз графіка функції $y = |f(x)|$. Його ми отримаємо, якщо виконаємо симетрію відносно осі Ox тієї частини графіка функції $y = f(x)$, яка міститься під цією віссю. Отримана функція зростатиме на кожному з проміжків $(-4;\ -3)$, $(-1;\ 1)$, $(3;\ 6)$. Сума довжин цих проміжків дорівнює 6.

Відповідь: А.

4. На малюнку зображено графік функції $y = f(x)$ і дотичну до нього в точці x_0. Обчисліть $f'(x_0)$.



А	Б	В	Г	Д
–2,5	2,5	–0,4	0,4	3

Розв'язання. $f'(x_0)$ – це тангенс кута α нахилу до додатного напряму осі Ox дотичної до графіка функції $f(x)$, проведеної в точці, абсциса якої x_0. Користуючись малюнком, ми можемо визначити тангенс кута β, суміжного шуканому. Очевидно, що $\operatorname{tg}\beta = \frac{5}{2} = 2{,}5$. Отже, $f'(x_0) = \operatorname{tg}\alpha = \operatorname{tg}(\pi - \beta) = -\operatorname{tg}\beta = -2{,}5$.

Відповідь: А.

Коментар. Завдання 3 і 4 є типовими для зовнішнього оцінювання, але рідко зустрічаються у наявних на сьогодні дидактичних матеріалах. У їх основу покладено вміння «читати» графіки функцій і виділяти їхні суттєві властивості з-поміж несуттєвих. Під час їх виконання особливо актуальною є відома фраза Козьми Пруткова: «Зри в корень!»

5. Розв'яжіть рівняння $\frac{|x-5|}{5-x}=1$.

А	Б	В	Г	Д
$x=-5$	$x=-1$	$(5;+\infty)$	$(-\infty;5)$	рівняння коренів не має

Розв'язання. Очевидно, $x \neq 5$. Розкриємо модуль: $|x-5| = x-5$, якщо $x > 5$ та $|x-5| = 5-x$, якщо $x < 5$. При $x > 5$ одержимо $\frac{x-5}{5-x}=1$, але це еквівалентно неправильній рівності $-1 = 1$. При $x < 5$ матимемо: $\frac{5-x}{5-x}=1$ або $1 = 1$. Отже, будь-яке число з проміжку $(-\infty; 5)$ є коренем початкового рівняння.

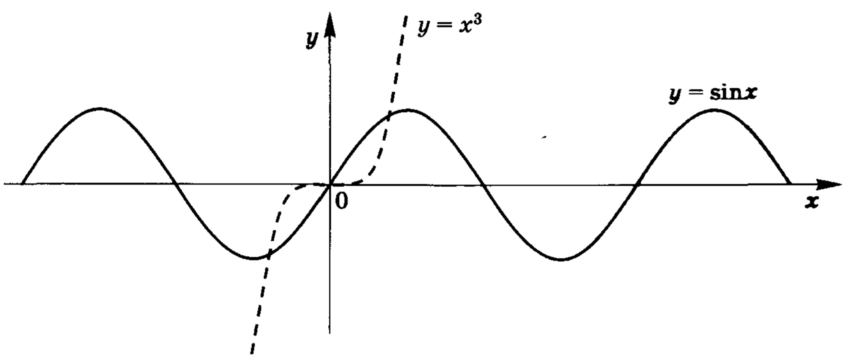
Відповідь: Г.

Коментар. Відповіді А та Б розраховані на учнів, які не розуміють суті поняття «модуль», а прагнуть вгадати правильну відповідь шляхом підстановки замість значення змінної чисел (-5) та (-1). Відповідь В можна отримати, якщо неправильно розкрити модуль у чисельнику.

6. Скільки коренів має рівняння $\sin x = x^3$?

А	Б	В	Г	Д
жодного	один	два	три	більше трьох

Розв'язання. Розв'яжемо рівняння графічно. Для цього схематично побудуємо графіки функцій $y = \sin x$ та $y = x^3$.



Як бачимо, ці графіки перетинаються в трьох точках, а тому рівняння має три корені.

Відповідь: Г.

Коментар. Слід звернути особливу увагу на той факт, що графічний метод розв'язування рівнянь є доцільним, коли рівняння містить функції з різних класів: наприклад, степеневу і тригонометричну, степеневу і показникову тощо. Додатковою ознакою необхідності застосування графічного методу є завдання на знаходження *кількості* коренів рівняння, а не самих коренів.

7. Розв'яжіть нерівність $\log_{0,5}7 \cdot \log_2(x+4) > 0$.

А	Б	В	Г	Д
$\left(-\frac{27}{7}; +\infty\right)$	$(-4; +\infty)$	$(-3; +\infty)$	$(-x; -3)$	$(-4; -3)$

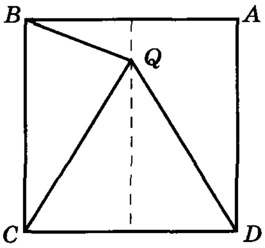
Розв'язання. Оскільки $\log_{0,5}7 < 0$, то отримаємо рівносильну нерівність $\log_2(x+4) < 0$, звідси, враховуючи ОДЗ, матимемо: $0 < x+4 < 1$; $-4 < x < -3$.

Відповідь: Д.

Коментар. Тестові завдання часто містять «замасковані» числа, знак чи значення яких потрібно встановити або оцінити, спираючись на властивості функцій та виразів. У цьому завданні правильна оцінка спрощує подальше розв'язування і суттєво впливає на вибір потрібної відповіді. Якщо учень помилково вважає, що $\log_{0,5}7 > 0$, то він отримає варіант відповіді В; якщо ж зробить помилку, підносячи число 2 до нульового степеня, отримає варіант відповіді Б. Варіант відповіді Г не враховує ОДЗ: $x + 4 > 0$.

8. Нехай A, B, C і D – вершини квадрата, розташовані, як показано на малюнку. Точка Q – внутрішня точка квадрата, яка знаходиться на однаковій відстані від точок A і B. Кут ADQ дорівнює 30°. Обчисліть градусну міру кута CQB.

А	Б	В	Г	Д
40°	75°	60°	45°	50°



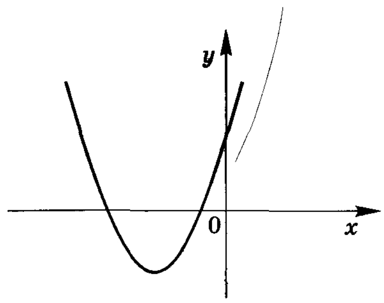
Розв'язання. Нехай $ABCD$ – заданий квадрат. Тоді точка Q лежить на серединному перпендикулярі до відрізка AB, а отже, і на серединному перпендикулярі до відрізка CD. Таким чином, $CQ = DQ$ і трикутник CQD – рівнобедрений. Оскільки $\angle CDQ = 90° - 30° = 60°$, то трикутник CDQ – рівносторонній. Тому $CD = CQ = BC$ і трикутник BCQ – рівнобедрений. Отже, $\angle CQB = \frac{1}{2}(180° - 30°) = 75°$.

Відповідь: Б.

Коментар. Розв'язуючи геометричні задачі, потрібно завжди виконувати малюнки, які максимально відповідають умові задачі. Іноді гарно виконаний малюнок одразу «наштовхує» на правильну відповідь. У даній задачі з малюнка очевидно, що варіанти відповідей А, Г і Д можна одразу відкинути.

Ця задача могла бути сформульована і як задача Частини 2 (з короткою відповіддю). У цьому разі відкидання неправильних дистракторів, зрозуміло, неможливе, але якісно виконаний малюнок може «підказати» рівність сторін BC та CQ і тим самим «наштовхнути» на ідею розв'язування задачі.

9. На малюнку зображено ескіз графіка функції $y = ax^2 + bx + c$. Користуючись графіком, визначте знаки параметрів a, b і c. У відповідь запишіть номер правильного варіанта із наведених нижче.



1) $\begin{cases} a>0, \\ b>0, \\ c>0; \end{cases}$ 2) $\begin{cases} a>0, \\ b<0, \\ c<0; \end{cases}$ 3) $\begin{cases} a>0, \\ b<0, \\ c>0; \end{cases}$ 4) $\begin{cases} a>0, \\ b>0, \\ c<0; \end{cases}$ 5) $\begin{cases} a<0, \\ b>0, \\ c>0; \end{cases}$ 6) $\begin{cases} a<0, \\ b<0, \\ c>0; \end{cases}$ 7) $\begin{cases} a<0, \\ b>0, \\ c<0; \end{cases}$ 8) $\begin{cases} a<0, \\ b<0, \\ c<0. \end{cases}$

Розв'язання. Оскільки вітки параболи напрямлені вгору, то $a > 0$. Крім того, оскільки $y(0) = c$, то з малюнка бачимо, що $c > 0$. Абсциса вершини параболи обчислюється за формулою $x_0 = -\frac{b}{2a} < 0$. Отже, $b > 0$ і правильним є варіант 1.

Відповідь: 1.

Коментар. Це завдання, як і завдання 3 та 4, дає змогу на дещо глибшому рівні перевірити розуміння властивостей функцій та вміння «читати» ці властивості за їхніми графіками. Зокрема, слід звернути увагу на так звані «особливі точки» графіка функції: точки екстремуму (тут це вершина параболи), точки перетину графіка з осями координат тощо.

10. При якому НАЙБІЛЬШОМУ цілому значенні параметра a рівняння $x^2 - 5|x| + a = 0$ має рівно 4 корені?

Розв'язання. Початкове рівняння буде мати 4 корені, якщо рівняння $x^2 - 5x + a = 0$ матиме корені і обидва вони будуть додатними. Рівняння матиме корені за умови $D = 25 - 4a > 0$, звідси $a < 6{,}25$. За теоремою Вієта $x_1 + x_2 = 5$, а $x_1 \cdot x_2 = a$. Отже, для того щоб обидва корені були додатними, необхідно, щоб a було додатним. Маємо: $a \in (0; 6{,}25)$, тому найбільшим цілим значенням a буде 6.

Відповідь: 6.

Коментар. На превеликий жаль, у більшості випускників складається хибне враження про те, що задачі з параметрами обов'язково є складними, громіздкими і недоступними для розуміння «середнього» учня. Останнє рівняння дає змогу дещо розвіяти цей поширений міф, оскільки його розв'язання, як видно, за рівнем складності нічим не відрізняється від традиційних. Тому вчителям варто частіше вживати термін «параметр» на уроках математики й показувати учням, що задачі з параметром нічим принципово не відрізняються від інших видів задач і тому боятися їх не слід, та й випускникам варто ставитися до завдань із параметрами так само, як і до будь-яких інших.

Зауважимо також, що отримати правильну відповідь можна було б графічно, побудувавши графіки функцій: $y = x^2 - 5|x|$ та $y = -a$, $a = \text{const}$.

11. Знайдіть кількість цілих чисел, які містяться серед розв'язків нерівності $\cos x \geqslant x^2 + 1$.

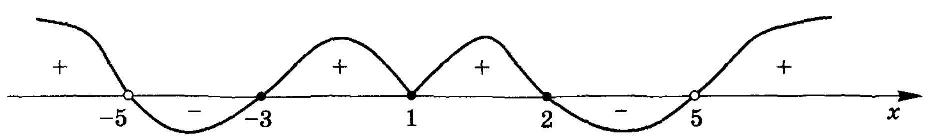
Розв'язання. Оскільки $\cos x \leqslant 1$, а $x^2 + 1 \geqslant 1$ для всіх дійсних чисел, то дана нерівність може виконуватися лише за умови $\cos x = x^2 + 1 = 1$, яка має місце лише при $x = 0$. Отже, $x = 0$ – єдиний розв'язок даної нерівності.

Відповідь: 1.

Коментар. Наведений метод розв'язування нерівностей дістав назву «перевірка на межі», коли розв'язування нерівності зводиться до розв'язування рівняння, яке виникає внаслідок накладання обмежень на ліву і праву частини нерівності. Зауважимо також, що цю задачу можна розв'язати і графічно, зобразивши графіки функцій $y = \cos x$ та $y = x^2 + 1$, які матимуть єдину спільну точку.

12. Розв'яжіть нерівність $\dfrac{(x-1)^2 \cdot (x^2+x-6)}{x^2-25} \leqslant 0$. У відповідь запишіть СУМУ всіх цілих чисел, що є розв'язками цієї нерівності.

Розв'язання. Для розв'язання даної нерівності застосуємо метод інтервалів.



Отже, $x \in (-5; -3] \cup \{1\} \cup [2; 5)$. Цілі числа -4; -3; 1; 2; 3; 4 є розв'язками нерівності, а їх сума дорівнює 3.

Відповідь: 3.

Коментар. Часто, розв'язуючи нестрогі нерівності, у відповідь забувають записати числа, які перетворюють дану нестрогу нерівність на рівність. У попередньому прикладі таким числом є $x = 1$. Якщо забути, що $x = 1$ також є розв'язком нерівності, отримаємо іншу суму цілих розв'язків: 2, яка є помилковою.

13. Обчисліть градусну міру кута φ між векторами $\vec{a} = 3\vec{p} + \vec{q}$ і $\vec{b} = \vec{p} + 2\vec{q}$, де $\vec{p}$ і $\vec{q}$ – одиничні і взаємно перпендикулярні вектори.

Розв'язання. Знайдемо скалярний добуток векторів $\vec{a}$ і $\vec{b}$ та використаємо його властивості: $\vec{a} \cdot \vec{b} = 3\vec{p}^2 + 7\vec{p} \cdot \vec{q} + 2\vec{q}^2$. Враховуючи властивість скалярного квадрата $\vec{x}^2 = |\vec{x}|^2$, умову $|\vec{p}| = |\vec{q}| = 1$ і те, що скалярний добуток двох перпендикулярних векторів дорівнює нулю, матимемо $\vec{a} \cdot \vec{b} =$ $= 3 + 0 + 2 = 5$. Крім того, $|\vec{a}| = \sqrt{\vec{a}^2} = \sqrt{9\vec{p}^2 + 6\vec{p} \cdot \vec{q} + \vec{q}^2} = \sqrt{10}$, $|\vec{b}| = \sqrt{\vec{b}^2} = \sqrt{\vec{p}^2 + 4\vec{p} \cdot \vec{q} + 4\vec{q}^2} = \sqrt{5}$.

Таким чином, $\cos\varphi = \dfrac{\vec{a} \cdot \vec{b}}{|\vec{a}| \cdot |\vec{b}|} = \dfrac{5}{\sqrt{5} \cdot \sqrt{10}} = \dfrac{1}{\sqrt{2}}$, звідси $\varphi = 45°$.

Відповідь: 45°.

Коментар. У задачах, де пропонується обчислити кут між векторами або прямими, внутрішній кут трикутника, координати вершин якого задані, тощо, основним методом є застосування скалярного добутку векторів та його властивостей. Найбільш застосовні з цих властивостей використані у розв'язанні попередньої задачі.

14. Учаснику телевізійного шоу дозволяється навмання відімкнути два сейфи із семи запропонованих (у двох із них лежать подарунки, а решта п'ять – порожні). У скільки разів імовірність отримати хоча б один із призів більша за ймовірність того, що обидва відімкнуті сейфи виявляться порожніми?

Розв'язання. За умовою задачі розглядаються дві події: подія A = «хоча б один сейф виявиться непорожнім» і подія B = «обидва сейфи виявляться порожніми».

Знайдемо ймовірність здійснення події B за класичним означенням імовірності: $P(B)=\frac{k}{n}$, де n – загальна кількість елементарних подій, а k – кількість елементарних подій, які сприяють появі події B. Тоді $n=C_7^2=\frac{7!}{2!\cdot 5!}=21$, $k=C_5^2=\frac{5!}{2!\cdot 3!}=10$ і $P(B)=\frac{10}{21}$.

Оскільки подія A є протилежною до події B, то за відомою властивістю $P(A)=1-P(B)=1-\frac{10}{21}=$ $=\frac{11}{21}$. Таким чином, $P(A):P(B)=1,1$.

Відповідь: 1,1.

Коментар. Розв'язуючи задачі на ймовірність, корисно використовувати поняття протилежної події. Досить часто у тестових завданнях саме цей прийом дає змогу значно зекономити час. Пам'ятайте, що під час тестування «рухатись» потрібно найкоротшим шляхом, не допускаючи при цьому випадкових помилок.

15. За результатами вступної кампанії у період з 2002 по 2005 роки до коледжу вступало, в середньому, 325 осіб щороку. А за даними про вступ до цього самого коледжу з 2002 по 2006 роки середня кількість вступників стала на 20 % більшою, ніж середня кількість вступників з 2002 по 2005 роки. Скільки студентів вступило до коледжу у 2006 році?

Розв'язання. Нехай x_N – кількість осіб, що вступили до коледжу у N-му році. Тоді, за означенням середнього арифметичного, $325=\frac{x_{2002}+x_{2003}+x_{2004}+x_{2005}}{4}$, а також $325\cdot 1,2=390=$ $=\frac{x_{2002}+x_{2003}+x_{2004}+x_{2005}+x_{2006}}{5}$. Таким чином, $x_{2002}+x_{2003}+x_{2004}+x_{2005}+x_{2006}=1950$, а $x_{2002}+$ $+x_{2003}+x_{2004}+x_{2005}=1300$. Віднявши від передостаннього рівняння останнє, отримаємо $x_{2006}=650$.

Відповідь: 650.

Коментар. Задачі прикладного спрямування з використанням основних статистичних формул усе частіше трапляються під час тестування. Тому, з огляду на новизну введення цього матеріалу в шкільну математику, його вивченню слід приділити особливу увагу.

Зауважимо, однак, що запропоновані методи розв'язування тестових завдань та коментарі до них ні в якому разі не можна сприймати як єдино можливі готові «рецепти», які можуть гарантувати успіх під час проведення тестування. Слід розуміти, що підготовка до тестування – справа непроста і має враховувати індивідуальні особливості кожного учня. Кожен зі старшокласників має знайти свою неповторну «траєкторію успіху», яка властива саме йому, і на цьому шляху отримати найкращий результат.

Бажаємо вам успішного пошуку й упевненості у власних силах!

ТЕМАТИЧНИЙ ТЕСТ № 1

Вирази та їх перетворення

Частина 1. ***Оберіть правильну, на вашу думку, відповідь.***

1. Із чисел –9, –8, –7, 3, 4, 5 вибрали два числа і перемножили їх. НАЙМЕНШИЙ можливий результат дорівнює ...

А	Б	В	Г	Д
12	–72	–21	–36	–45

2. Якому проміжку належить число $\frac{1}{3}$?

А	Б	В	Г	Д
(0; 0,1)	(0,1; 0,2)	(0,2; 0,3)	(0,3; 0,4)	(0,4; 0,5)

3. $1000 \cdot 0{,}01 + 100 \cdot 0{,}001 + 10 \cdot 0{,}0001 = \ldots$

А	Б	В	Г	Д
1,0101	10,101	11,1	1,11	11,01

4. Значення виразу $\sqrt{12}-\sqrt{27}+\sqrt{3}$ дорівнює... $2\sqrt{3} - 3\sqrt{3} - \sqrt{3} = -2\sqrt{3} = -\sqrt{12}$

А	Б	В	Г	Д
0	$-\sqrt{12}$	$6\sqrt{3}$	$\sqrt{3}-1$	$\sqrt{42}$

5. Спростіть вираз $\sqrt{(a-1)^2}-\sqrt{a^2}$ при $a \in (0; 1)$.

А	Б	В	Г	Д
$1 - 2a$	-1	$2a + 1$	1	$-2a - 1$

6. Впорядкуйте за зростанням числа: $a = \sin 2$, $b = \sin 3$, $c = \sin 4$.

А	Б	В	Г	Д
$c < a < b$	$c < b < a$	$a < b < c$	$a < c < b$	$b < a < c$

7. Відомо, що $\sin(X + \alpha) = -\cos\alpha$. Якому із наведених значень МОЖЕ дорівнювати X?

А	Б	В	Г	Д
$-\pi$	$\frac{\pi}{2}$	$-\frac{\pi}{2}$	2π	$-\frac{3\pi}{4}$

8. Укажіть вираз, значення якого дорівнює $\sin\frac{\pi}{5}$.

А	Б	В	Г	Д
sin324°	sin486°	sin504°	sin676°	sin684°

9. Виберіть правильну нерівність.

А	Б	В	Г	Д
$\sin 400° < 0$	$\mathrm{ctg}\,300° > 0$	$\mathrm{tg}\,200° < 0$	$\cos 100° < 0$	$\sin(-50°) > 0$

10. Спростіть вираз $\frac{(x^2-y)(y+x\sqrt{y}+x^2)}{y\sqrt{y}-x^3}$.

А	Б	В	Г	Д
$x+\sqrt{y}$	$x-\sqrt{y}$	1	$-x+\sqrt{y}$	$-x-\sqrt{y}$

11. Дано чотири числа: $a=\log_{\sqrt{3}}\sqrt{2}$, $b=\log_{\frac{1}{2}}\frac{1}{3}$, $c=\log_{\pi}10$, $d=\log_{\sqrt[3]{5}}\sqrt[4]{5}$. Скільки з них належать проміжку (0; 1)?

А	Б	В	Г	Д
жодне	одне	два	три	чотири

12. Обчисліть значення виразу $\log_2^3\log_3 81$.

А	Б	В	Г	Д
1	2	4	6	8

Відповіді до частини 1

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12

Частина 2. ***Запишіть відповідь ДЕСЯТКОВИМ ДРОБОМ.***

13. Подайте у вигляді звичайного НЕСКОРОТНОГО дробу значення виразу 0,(4) – 0,2(1). У відповідь запишіть СУМУ чисельника і знаменника цього дробу.

Відповідь: ____________________

14. При якому значенні параметра a многочлен x^3-2x^2+3x-a поділиться на $x-2$ без остачі?

Відповідь: ____________________

15. Обчисліть значення виразу $\log_2\frac{1}{15}-\log_2\frac{48}{15}+\log_2\frac{48}{53}-\log_2\frac{64}{53}$.

Відповідь: ____________________

16. Знайдіть $\cos 4\alpha$, якщо $\mathrm{ctg}\,\alpha=3$.

Відповідь: ____________________

17. Якому проміжку належить значення виразу arccos(cos4)? У відповідь запишіть НОМЕР правильного варіанта із наведених нижче:

1) [0; 1]; 2) (1; 1,5]; 3) (1,5; 2]; 4) (2; 2,5]; 5) (2,5; 3]; 6) (3; 4].

Відповідь: ____________________

18. Обчисліть значення виразу $\frac{68}{9-\sqrt{13}}+\frac{2}{\sqrt{15}+\sqrt{13}}+\frac{85}{\sqrt{15}+10}$.

Відповідь: ____________________

Частина 3. ***Розв'язання завдань обґрунтуйте. У разі необхідності проілюструйте виконання таблицями, діаграмами або графіками.***

19. Обчисліть значення виразу $\left(\sqrt{7+4\sqrt{3}}+\sqrt{7-4\sqrt{3}}\right)^{\log_9 7\cdot\log_7 3}$.

20. Впорядкуйте наступні числа за зростанням: $a=\sqrt{2+\sqrt{2+\sqrt{2}}}$, $b=-\cos 4°+\sin 4°\cdot \mathrm{ctg}\, 2°$, $c=-\log_{\frac{1}{2}}(4+\cos^2 4°)$.

ТЕМАТИЧНИЙ ТЕСТ № 2

Функції та їх властивості

Частина 1. ***Оберіть правильну, на вашу думку, відповідь.***

1. Графіку якої із наведених функцій належить точка $A(\pi;\ 1)$?

А	Б	В	Г	Д
$y = 1$	$y = \pi x$	$y = \mathrm{tg}x$	$y = 2\arcsin x$	$y = \cos x$

2. Задано дві функції $f(x) = x + 5$ і $g(x) = 5 - x$. Знайдіть функцію $h(x) = f(g(x))$.

А	Б	В	Г	Д
$h(x) = 0$	$h(x) = 10 - x$	$h(x) = 10$	$h(x) = 25 - x^2$	$h(x) = 2x$

3. Укажіть парну функцію.

А	Б	В	Г	Д
$y = 2^x$	$y = \sqrt{x}$	$y = -x^2$	$y = \mathrm{ctg}x$	$y = \arccos x$

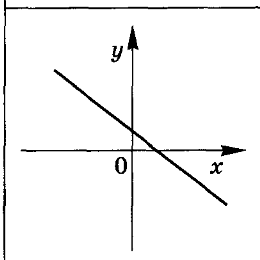
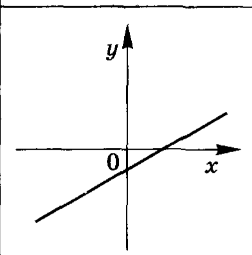
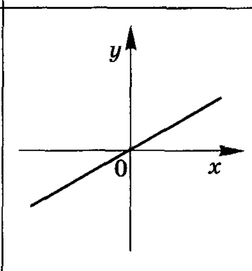
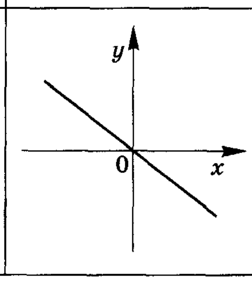
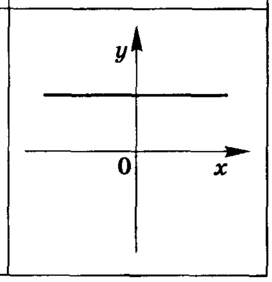
4. Які з даних функцій періодичні: 1) $y = \arcsin x$; 2) $y = \cos 3x$; 3) $y = 3$?

А	Б	В	Г	Д
періодичною є лише функція 1)	періодичною є лише функція 2)	періодичною є лише функція 3)	періодичних функцій дві	усі функції є періодичними

5. Нехай A – множина значень функції $y = \mathrm{arctg}x$, а B – множина значень функції $y = -4^x$. Яке з тверджень про ці множини буде правильним?

А	Б	В	Г	Д
$A = B$	$B \subset A$	$A \subset C$	$B \cap A = \varnothing$	жодне з тверджень А–Г не є правильним

6. Серед наведених графіків укажіть ескіз графіка функції $y = (\lg 3)x + \cos\frac{\pi}{2}$.

А	Б	В	Г	Д
				

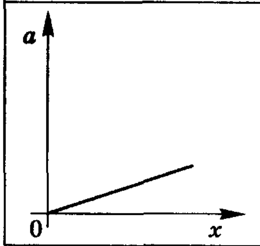
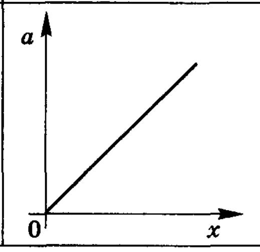
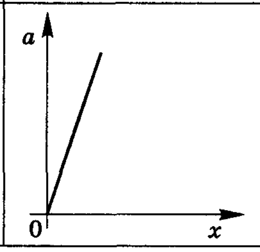
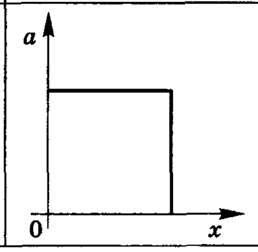
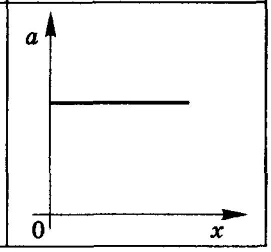
7. Знайдіть множину значень функції $y = -x^2 + 12x - 36$.

А	Б	В	Г	Д
$(-\infty; +\infty)$	$[6; +\infty)$	$(-\infty; 6]$	$[0; +\infty)$	$(-\infty; 0]$

8. Знайдіть найменший додатний період функції $y = 2\sin(3x) + 5$.

А	Б	В	Г	Д
π	$4\pi + 5$	$\frac{\pi}{3}$	6π	$\frac{2\pi}{3}$

9. Нехай $a(x)$ – довжина сторони квадрата з периметром x. Який із наведених графіків МОЖЕ бути графіком функції $a(x)$?

А	Б	В	Г	Д
				

10. У яких координатних чвертях лежать асимптоти графіка функції $y=\dfrac{7+2x}{x-4}$?

А	Б	В	Г	Д
у всіх, крім першої	у всіх, крім другої	у всіх, крім третьої	у всіх, крім четвертої	інша відповідь

11. Укажіть функцію, яка є оберненою до функції $y = 2^x + 1$ на проміжку $(-\infty; +\infty)$.

А	Б	В	Г	Д
$y = \log_2(x-1)$	$y=\sqrt{x-1}$	$y=-(2^x+1)$	$y=\dfrac{1}{2^x+1}$	такої функції не існує

12. Серед наведених нижче прямих знайдіть дотичну до кола $x^2 + y^2 = 4x$.

А	Б	В	Г	Д
$x = 1$	$y = 2$	$x = -2$	$x = -4$	$y = 4$

Відповіді до частини 1

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12

Частина 2. ***Запишіть відповідь ДЕСЯТКОВИМ ДРОБОМ.***

13. Задано функції $f(x)=\log_4(2-x)$, $g(x)=\left(\dfrac{1}{2}\right)^x$, $h(x)=x-2$. Серед наведених нерівностей виберіть ту, яка справедлива для всіх $x \in (-\infty; 1]$. У відповідь запишіть НОМЕР цієї нерівності.

1) $f(x) < g(x) < h(x)$; 2) $f(x) < h(x) < g(x)$;

3) $g(x) < f(x) < h(x)$; 4) $g(x) < h(x) < f(x)$;

5) $h(x) < g(x) < f(x)$; 6) $h(x) < f(x) < g(x)$.

Відповідь: ____________________

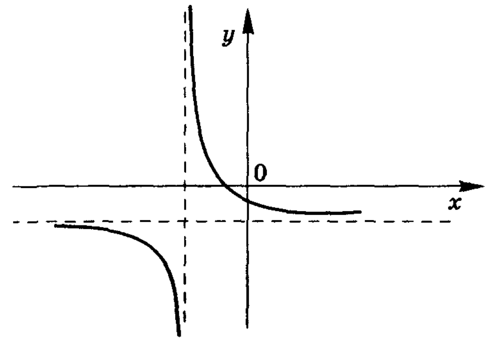
14. Скільки дійсних коренів має рівняння $\sqrt{x+1}=10^x$?

Відповідь: ____________________

15. Знайдіть усі нулі функції $f(x)=(x^2-81)(x+4)\sqrt{2-x}$. У відповідь запишіть їх ДОБУТОК.

Відповідь: ____________________

16. За ескізом графіка функції $y=\dfrac{ax+b}{x+c}$ визначте знаки параметрів a, b, c. У відповідь запишіть НОМЕР правильного варіанта із наведених нижче.



1) $\begin{cases} a>0, \\ b>0, \\ c>0; \end{cases}$ 2) $\begin{cases} a>0, \\ b<0, \\ c>0; \end{cases}$ 3) $\begin{cases} a>0, \\ b>0, \\ c<0; \end{cases}$ 4) $\begin{cases} a>0, \\ b<0, \\ c<0; \end{cases}$ 5) $\begin{cases} a<0, \\ b>0, \\ c<0; \end{cases}$ 6) $\begin{cases} a<0, \\ b>0, \\ c>0; \end{cases}$ 7) $\begin{cases} a<0, \\ b<0, \\ c>0; \end{cases}$ 8) $\begin{cases} a<0, \\ b<0, \\ c<0. \end{cases}$

Відповідь: ____________________

17. У яких координатних чвертях знаходиться графік рівняння $xy + 3y - 2x = 6$? У відповідь запишіть СУМУ НОМЕРІВ цих чвертей.

Відповідь: ____________________

18. Знайдіть НАЙБІЛЬШЕ значення функції $y = |x - 1| - |x + 1|$, якщо це значення існує. Якщо найбільшого значення функції не існує, то запишіть у відповідь значення $y(5)$.

Відповідь: ____________________

Частина 3. ***Розв'язання завдань обґрунтуйте. У разі необхідності проілюструйте виконання таблицями, діаграмами або графіками.***

19. Нехай $f(x) = 3^x$, $g(x) = \log_3 x$, $h(x) = \sin x$. Знайдіть:
а) область визначення функції $\varphi(x) = f(g(h(x)))$;
б) множину значень функції з пункту а).
Побудуйте графік $y = \varphi(x)$.

20. Побудуйте геометричне місце точок, координати яких задовольняють рівняння $|x + 1| + |y - 1| = 1$, та обчисліть площу фігури, обмеженої його розв'язками.

ТЕМАТИЧНИЙ ТЕСТ № 3

Рівняння та системи рівнянь

Частина 1. ***Оберіть правильну, на вашу думку, відповідь.***

1. Яке із наведених чисел є коренем рівняння $6x - 3 = 0$?

А	Б	В	Г	Д
$\log_9 3$	$\log_3 9$	$\log_6 3$	$\log_3 6$	$\log_3 3$

2. Яке із наведених рівнянь НЕ МАЄ коренів?

А	Б	В	Г	Д
$\|x\| = -x$	$\sin x = 0{,}99$	$x^3 = -1$	$\lg x = -5$	$5^x = 0$

3. Серед наведених чисел укажіть корінь рівняння $2x^2 + x - 1 = 0$.

А	Б	В	Г	Д
$0{,}25\left(\sqrt{8}-1\right)$	$-0{,}5$	$0{,}5\left(\sqrt{8}+1\right)$	$0{,}5$	$0{,}5\left(\sqrt{8}-1\right)$

4. Знайдіть суму коренів рівняння $3x^2 - 7x + 2 = 0$.

А	Б	В	Г	Д
7	–7	2,(3)	–2,(3)	рівняння не має коренів

5. Розв'яжіть рівняння $|-x - 7| = 7 + x$.

А	Б	В	Г	Д
$(-\infty; 7]$	$(-\infty; -7]$	$[-7; +\infty)$	$[7; +\infty)$	рівняння не має коренів

6. Скільки коренів має рівняння $-(x - 4)^2 = |x - 4|$?

А	Б	В	Г	Д
жодного	один	два	три	більше трьох

7. Знайдіть найменший додатний корінь рівняння $\cos x = \log_3\left(\frac{1}{\sqrt{3}}\right)$.

А	Б	В	Г	Д
$\frac{\pi}{6}$	$\frac{\pi}{3}$	$\frac{\pi}{4}$	$\frac{2\pi}{3}$	$\frac{5\pi}{6}$

8. Скільки коренів має рівняння $2\sqrt{x} = x + 2$?

А	Б	В	Г	Д
жодного	один	два	три	більше трьох

9. Знайдіть усі значення параметра a, при яких рівняння $\log_2 x = a$ має корені.

А	Б	В	Г	Д
$(0; +\infty)$	$(2; +\infty)$	$(-\infty; 0) \cup (0; +\infty)$	$(0; 2)$	$(-\infty; +\infty)$

10. Укажіть проміжок, який містить УСІ корені рівняння $\frac{x^2-4}{x-4} = \frac{12}{x-4}$.

Математика

А	Б	В	Г	Д
(−5; −2]	(−2; 0]	(0; 2]	(2; 5]	інша відповідь

11. Укажіть відрізок, якому належить НАЙМЕНШИЙ корінь рівняння $\log_3 x^2 = -2$.

А	Б	В	Г	Д
рівняння не має коренів	[−2; −1]	[−1; 0]	[0; 1]	[1; 2]

12. Скільки розв'язків має система рівнянь $\begin{cases} 2x-3y=6, \\ -4x+6y=-12? \end{cases}$

А	Б	В	Г	Д
жодного	один	два	три	більше трьох

Відповіді до частини 1

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12

Частина 2. ***Запишіть відповідь ДЕСЯТКОВИМ ДРОБОМ.***

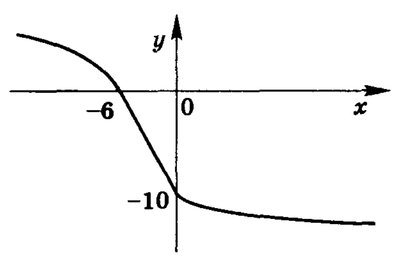
13. Розв'яжіть рівняння $3^{2x^2} - 2\cdot 3^{x^2-4x+5} + 9^{5-4x} = 0$. У відповідь запишіть СУМУ коренів цього рівняння.

Відповідь: ____________________

14. Обчисліть ДОБУТОК коренів рівняння $\lg x - \log_x 100 + 1 = 0$.

Відповідь: ____________________

15. На малюнку зображено графік СТРОГО СПАДНОЇ на R функції $y = f(x)$. Укажіть корінь рівняння $f(x - 4) = 0$.



Відповідь: ____________________

16. Знайдіть КІЛЬКІСТЬ коренів рівняння $4^{\sin x} + 4^{\cos x} = 2^{\sin x + \cos x + 1}$, які належать проміжку (0; 20).

Відповідь: ____________________

17. Знайдіть НАЙМЕНШЕ значення параметра a, за якого система $\begin{cases} x^2+y^2=100, \\ (x-6)^2+y^2=a^2 \end{cases}$

має ЄДИНИЙ розв'язок.

Відповідь: ____________________

18. Знайдіть ДОБУТОК усіх коренів рівняння $\dfrac{10x}{(x+1)(x+4)} + \dfrac{9x}{(x+2)^2} = 2.$

Відповідь: ____________________

Частина 3. ***Розв'язання завдань обґрунтуйте. У разі необхідності проілюструйте виконання таблицями, діаграмами або графіками.***

19. Розв'яжіть рівняння $x^3 + 5x^2 - 16x + 4 = 0$.

20. Чи має корені рівняння $\dfrac{a}{\sin^2 x - \cos^2 x} = 1$ при $a = 1$? Якщо так, то знайдіть ці корені і визначте серед них найменший додатний і найбільший від'ємний (якщо вони існують). Знайдіть множину всіх значень параметра a, при яких це рівняння має корені.

ТЕМАТИЧНИЙ ТЕСТ № 4

Нерівності та системи нерівностей

Частина 1. ***Оберіть правильну, на вашу думку, відповідь.***

1. Знайдіть кількість ЦІЛИХ розв'язків нерівності $x^2 - 3x - 5 < 0$.

А	Б	В	Г	Д
жодного	два	шість	десять	інша відповідь

2. Нехай X – множина розв'язків нерівності $x^2 - 4x + 3 \geqslant 0$. Для якої із наведених множин Y виконується включення $Y \subset X$?

А	Б	В	Г	Д
$Y = [1; 2]$	$Y = [2; 4]$	$Y = [-3; 2]$	$Y = [1; 5]$	$Y = [-1; 1]$

3. Укажіть проміжок, який НЕ МІСТИТЬ розв'язків нерівності $x(6 - x^2) > 0$.

А	Б	В	Г	Д
$(-3; -2)$	$(-2; -1)$	$(-1; 1)$	$(1; 2)$	$(2; 3)$

4. Розв'яжіть нерівність $\dfrac{\lg 0{,}5}{x} \geqslant 0$.

А	Б	В	Г	Д
$(-\infty; 0)$	$(0; +\infty)$	$(-\infty; 0) \cup (0; +\infty)$	$(0; +\infty)$	$(-\infty; 0)$

5. Множиною розв'язків нерівності $\dfrac{1}{x} \geqslant \dfrac{1}{3}$ є проміжок...

А	Б	В	Г	Д
$[3; +\infty)$	$(-\infty; 3]$	$(0; 3]$	$[\frac{1}{3}; +\infty)$	$(-\infty; 0) \cup [3; +\infty)$

6. Розв'яжіть нерівність $(x + 2)\lvert x - 1\rvert > 0$.

А	Б	В	Г	Д
$(-2; 1) \cup (1; +\infty)$	$(-2; +\infty)$	$(-\infty; -2) \cup (1; +\infty)$	$(-2; 1)$	$(-1; 2)$

7. Розв'язок нерівності $\sin 2x \geqslant 0{,}5$ є об'єднанням відрізків, довжина кожного з яких дорівнює...

А	Б	В	Г	Д
$\dfrac{\pi}{6}$	$\dfrac{\pi}{3}$	$\dfrac{2\pi}{3}$	$\dfrac{4\pi}{3}$	інша відповідь

8. Які з чисел $x_1 = \dfrac{\pi}{2}$, $x_2 = -\dfrac{2\pi}{3}$, $x_3 = \dfrac{3\pi}{4}$ належать множині розв'язків нерівності $2\sin x + \cos 2x + 3 \geqslant 0$?

А	Б	В	Г	Д
жодне з наведених чисел	лише x_1 та x_2	лише x_2 та x_3	лише x_1 та x_3	усі наведені числа

9. Які з наступних нерівностей мають розв'язки: 1) $\arcsin x \leqslant \arccos x$; 2) $\arccos x \leqslant \mathrm{arctg}\, x$; 3) $\mathrm{arctg}\, x \leqslant \mathrm{arcctg}\, x$?

А	Б	В	Г	Д
лише одна з трьох нерівностей	лише нерівності 1) і 2)	лише нерівності 1) і 3)	лише нерівності 2) і 3)	усі наведені нерівності

10. Знайдіть НАЙМЕНШИЙ ЦІЛИЙ розв'язок нерівності $(\text{tg}1)^{3x+2} > 1$.

А	Б	В	Г	Д
–2	–1	0	1	2

11. Розв'яжіть нерівність $3^{\log_3(1-x)} > \log_3 \frac{1}{27}$.

А	Б	В	Г	Д
(1; 4)	(–∞; 1)	(4; +∞)	(–∞; 4)	нерівність не має розв'язків

12. Якщо $a < b$ і $c > 0$, то яка із наступних нерівностей ОБОВ'ЯЗКОВО виконується?

А	Б	В	Г	Д
$a < b + c$	$a + c < b$	$a \cdot c < b$	$a < b \cdot c$	жодна з наведених

Відповіді до частини 1

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12

Частина 2. ***Запишіть відповідь ДЕСЯТКОВИМ ДРОБОМ.***

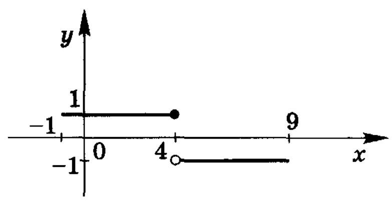
13. Знайдіть СУМУ ВСІХ розв'язків нерівності $(x+15)(x-10)\sqrt{9x-x^2} \geqslant 0$.

Відповідь: ____________________

14. Знайдіть НАЙБІЛЬШИЙ розв'язок нерівності $\sqrt{5-x} \geqslant x+1$.

Відповідь: ____________________

15. На малюнку зображено ескіз графіка функції $y = f(x)$, визначеної на відрізку [–1; 9]. Знайдіть ДОВЖИНУ числового проміжка, усі точки якого є розв'язками рівняння $f\left(\sqrt{x}\right) = 1$.



Відповідь: ____________________

16. Скільки ЦІЛИХ чисел НЕ Є розв'язками нерівності $\log_{\sqrt{3}} x^4 > 4$?

Відповідь: ____________________

17. Область визначення функції $y = \sqrt{\lg(x+2) - \lg(1-x)}$ є деяким числовим проміжком. Запишіть у відповідь його ДОВЖИНУ.

Відповідь: ____________________

18. Обчисліть ПЛОЩУ геометричної фігури, яка є множиною розв'язків системи нерівностей

$$\begin{cases} |x| + |y| \leqslant 10, \\ y \leqslant 3. \end{cases}$$

Відповідь: ____________________

Частина 3. ***Розв'язання завдань обґрунтуйте. У разі необхідності проілюструйте виконання таблицями, діаграмами або графіками.***

19. Розв'яжіть нерівність $\sqrt{2 \cdot a^x - 1} \geqslant a^x - 2$ для всіх значень параметра $a > 0$ і $a \neq 1$. При яких значеннях параметра a розв'язок нерівності є відрізком, довжина якого дорівнює 2?

20. Яку геометричну фігуру утворюють розв'язки системи нерівностей $\begin{cases} y + 3x \geqslant 3, \\ x^2 - 4x + y^2 + 6y + a \leqslant 0 \end{cases}$ залежно від значень параметра a? Зобразіть її у системі координат. Знайдіть площу цієї геометричної фігури для тих значень параметра a, для яких це можливо.

ТЕМАТИЧНИЙ ТЕСТ № 5

Текстові задачі

Частина 1. ***Оберіть правильну, на вашу думку, відповідь.***

1. Укажіть число, яке ділиться на 3 без остачі.

А	Б	В	Г	Д
$\log_3 9$	2^{30}	2333	27^8	$3^{33}+1$

2. Деяке натуральне число при діленні на 15 дає в остачі 10. Знайдіть остачу від ділення цього числа на 3.

А	Б	В	Г	Д
0	1	2	3	4

3. Число N при діленні на 20 дає в остачі 7. Знайдіть остачу від ділення числа $3N$ на 5.

А	Б	В	Г	Д
0	1	2	3	4

4. Знайдіть останню цифру числа 12^{20}.

А	Б	В	Г	Д
2	4	6	8	0

5. Обсяг продажу продукції за перший рік зріс на 30 %, а за другий рік він зріс ЩЕ на 30 %. На скільки відсотків зріс обсяг продажу продукції за два роки?

А	Б	В	Г	Д
на 30 %	на 45 %	на 60 %	на 63 %	на 69 %

6. У цирку 20 % всіх клоунів – руді. На скільки відсотків нерудих клоунів більше, ніж рудих?

А	Б	В	Г	Д
на 300 %	на 400 %	на 60 %	на 40 %	на 20 %

7. Вартість книжки становить 6 грн. і ще чверть вартості книжки. Скільки коштує книжка?

А	Б	В	Г	Д
24 грн.	18 грн.	12 грн.	9 грн.	8 грн.

8. Сніданок студента Васі складається з пакета кефіру і булочки. Яка вартість Васиного сніданку, якщо 3 пакети кефіру і 2 булочки коштують 10 грн., а 4 пакети кефіру і 5 булочок коштують 14 грн. 50 к.?

А	Б	В	Г	Д
4 грн. 25 к.	4 грн.	3 грн. 75 к.	3 грн. 50 к.	3 грн. 25 к.

9. Вовк і Заєць разом відкачають воду з трюму пароплава за 4 год. Скільки знадобиться часу на всю цю роботу одному Зайцеві, якщо Вовк один викачає всю воду за 5 год?

А	Б	В	Г	Д
12 год	16 год	20 год	24 год	30 год

10. Ракета Незнайка летить на Місяць зі швидкістю 50 м/с. З якою швидкістю (у м/с) летить ракета Знайка, якщо, вилетівши через 10 хв після Незнайка, Знайко наздожене його через 1000 с?

А	Б	В	Г	Д
60 м/с	70 м/с	80 м/с	90 м/с	100 м/с

11. Задача на достатність даних. Котра зараз година?
Дані 1. Від початку доби минуло 600 хвилин.
Дані 2. Кут між стрілками годинника дорівнює 60°.

А	Б	В	Г	Д
даних 1 достатньо для розв'язування задачі, а **даних 2** – недостатньо	**даних 2** достатньо для розв'язування задачі, а **даних 1** – недостатньо	і **даних 1**, і **даних 2** достатньо для розв'язування задачі	**даних 1** і **даних 2** ЛИШЕ РАЗОМ достатньо для розв'язування задачі	**даних 1** і **даних 2** НАВІТЬ РАЗОМ НЕдостатньо для розв'язування задачі

12. Задача на достатність даних. Чи заробляє Петро більше Івана?
Дані 1. Петро заробляє більше від Семена.
Дані 2. Семен заробляє більше від Івана.

А	Б	В	Г	Д
даних 1 достатньо для розв'язування задачі, а **даних 2** – недостатньо	**даних 2** достатньо для розв'язування задачі, а **даних 1** – недостатньо	і **даних 1**, і **даних 2** достатньо для розв'язування задачі	**даних 1** і **даних 2** ЛИШЕ РАЗОМ достатньо для розв'язування задачі	**даних 1** і **даних 2** НАВІТЬ РАЗОМ НЕдостатньо для розв'язування задачі

Відповіді до частини 1

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12

Частина 2. ***Запишіть відповідь ДЕСЯТКОВИМ ДРОБОМ.***

13. У коробці лежать білі, сині та жовті кульки. Білих кульок у 4 рази менше, ніж синіх і жовтих разом. Синіх кульок у 6 разів менше, ніж білих та жовтих разом. На яке число із наведених нижче ОБОВ'ЯЗКОВО ділиться загальна кількість кульок у коробці? У відповідь запишіть НОМЕР правильного варіанта.

1) 4; 2) 6; 3) 10; 4) 14; 5) 21; 6) 28; 7) 30; 8) 35.

Відповідь: ____________________

14. Дядько Панько вирішив зробити подарунок своїй коханій дружині, тітоньці Одарці. Для цього він свою заначку розділив на дві частини і поклав до двох банків під 10 % та 20 % річних відповідно. Через рік він отримав 44 євро відсоткових грошей, на які й придбав подарунок. Тітонька Одарка одразу все змикитила і через кума Тараса порадила Панькові наступного разу, зберігши розмір внесків і банки, просто поміняти ці внески місцями. Через рік після того, як Панько послухався Тараса, Одарка отримала подарунок уже на суму 64 євро. У скільки разів більший внесок Панька перевищував менший?

Відповідь: ____________________

15. Одного разу турист-краєзнавець Андрій Забувайло вирішив покататися моторним човном по річці, течія якої у 10 разів повільніша за власну швидкість човна. Спочатку він плив за течією річки 22 км до сусіднього села, а потім, забувши прив'язати човен, пішов милуватися краєвидами. Човен ще 5 км плив без Андрія, доки не застряг на мілині. Яка власна швидкість (у км/год) моторного човна пана Забувайла, якщо до села він плив на 2 год менше, ніж човен плив від села до мілини?

Відповідь: ____________________ км/год.

16. За скільки днів п'ятеро студентів зберуть урожай яблук, якщо минулого разу троє студентів з тією самою продуктивністю праці впоралися з такою роботою за 15 днів?

Відповідь: ____________________

17. Три коти Так, Смак і Дак з'їли разом миску сметани. Так і Дак разом з'їли у 5 разів більше, ніж Смак, а Смак і Так разом з'їли у 2 рази більше, ніж Дак. Запишіть НОМЕР правильного співвідношення між кількістю сметани, яку з'їв кожен із котів, якщо їх позначено x, y, z для Така, Смака і Дака відповідно.

1) $x = y = z$; 2) $x < y < z$; 3) $z < x < y$; 4) $y < x < z$; 5) $y < z < x$; 6) $x < z < y$; 7) $z < y < x$.

Відповідь: ______________________

18. Годинник показував 12^{00}, коли його хвилинна стрілка «збунтувалася» і зненацька почала рухатися у протилежному напрямі, за кожні 60 хв здійснюючи один повний оберт назад. Скільки ПОВНИХ хвилин пройшло до того моменту, коли «бунтівну» хвилинну стрілку зустріла «порядна» годинна стрілка, яка продовжила свій рух у звичному напрямі зі звичною швидкістю?

Відповідь: ______________________ хв.

Частина 3. ***Розв'язання завдань обґрунтуйте. У разі необхідності проілюструйте виконання таблицями, діаграмами або графіками.***

19. Листоноша Печкін любить пити кефір жирністю 2,5 %, але з молока корови Мурки кефір виходить лише жирністю 6 %. Тому Матроскін купує в магазині кефір жирністю 1 % та змішує його з Мурчиним.

а) Знайдіть, скільки літрів кефіру кожного виду треба взяти, щоб отримати a л кефіру для Печкіна.

б) Розв'яжіть задачу для $a = 2$ л за умови, що з Мурчиного молока можна отримати не менше 1 л кефіру, а економний Матроскін купує в магазині не більше 1 л кефіру.

20. Хитрий Буратіно добре замаскував місце «посадки» золотих монет на Полі Чудес, а тому лисиці та коту довелося перекопати його повністю. Спочатку вони $4a$ год копали разом, і Алісі вдалося знайти гроші та тихенько втекти. Базиліо нічого не помітив і закінчив невдячну для нього справу через a год. За скільки годин Базиліо сам перекопав би поле від початку до кінця, якщо це він робить на $2a$ год повільніше, ніж підступна Аліса? А за скільки годин усе поле перекопала б лише одна Аліса?

ТЕМАТИЧНИЙ ТЕСТ № 6

Елементи математичного аналізу

Частина 1. ***Оберіть правильну, на вашу думку, відповідь.***

1. Укажіть трійку чисел, які утворюють арифметичну прогресію.

А	Б	В	Г	Д
3, 6, 12	$2^3, 2^5, 2^7$	0, –1, 1	lg2, lg4, lg8	$\sqrt{5}, 5, 5\sqrt{5}$

2. Тетянка написала два додатних числа. У якості третього числа вона записала суму першого і другого чисел, у якості четвертого – суму другого і третього і т. д., доки не записала шосте число. Потім вона додала всі отримані числа і помітила, що якщо знати цю суму, то завжди можна визначити один з елементів записаної послідовності. Який саме?

А	Б	В	Г	Д
третій	другий	п'ятий	четвертий	перший або шостий

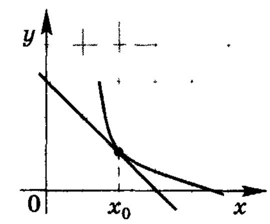
3. Три числа утворюють геометричну прогресію, їх добуток дорівнює 216. Знайдіть другий елемент прогресії.

А	Б	В	Г	Д
2	3	4	5	6

4. n-й елемент послідовності визначається за формулою $z_n = (-1) \cdot \frac{2}{3^n}$. Знайдіть суму ВСІХ елементів цієї послідовності, якщо це можливо.

А	Б	В	Г	Д
0,5	–0,5	1	–1	знайти неможливо

5. На малюнку зображено графік функції $y = f(x)$ і дотичну до нього в точці з абсцисою x_0. Обчисліть $f'(x_0)$.



А	Б	В	Г	Д
0	1	–1	–2	2

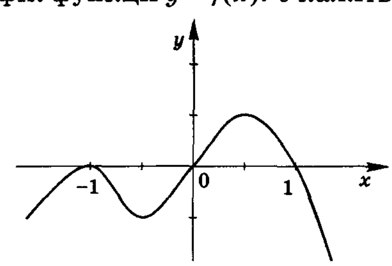
6. Матеріальна точка рухається за законом $s(t) = 0{,}25t^4 - 64t + 128$ (відстань $s(t)$ вимірюється у метрах, а час t – у секундах). Через скільки секунд після початку руху ($t_0 = 0$) ця матеріальна точка ВПЕРШЕ зупиниться (її швидкість дорівнюватиме нулю)?

А	Б	В	Г	Д
через 1 с	через 2 с	через 3 с	через 4 с	матеріальна точка ніколи не зупиниться

7. Підберіть функцію $y = f(x)$ таким чином, щоб виконувалася рівність $x \cdot e^x = f'(x)$.

А	Б	В	Г	Д
$f(x) = x(e^x + 1)$	$f(x) = e^x(x - 1)$	$f(x) = e^x + x$	$f(x) = x(e^x - 1)$	$f(x) = e^x(x + 1)$

8. На малюнку зображено графік функції $y = f(x)$. Укажіть правильну подвійну нерівність.



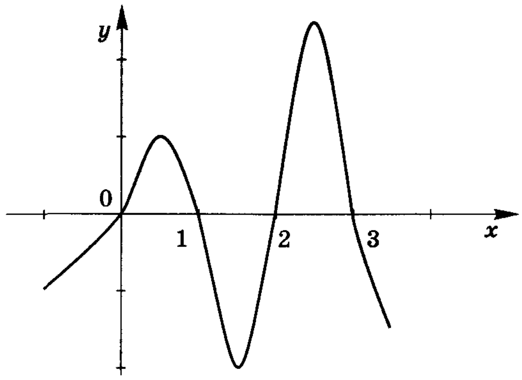
Математика

А	Б	В	Г	Д
$f'(1) < f'(-1) < f'(0)$	$f'(1) < f'(0) < f'(-1)$	$f'(-1) < f'(0) < f'(1)$	$f'(-1) < f'(1) < f'(0)$	$f'(0) < f'(-1) < f'(1)$

9. Який із наведених проміжків міститься у множині розв'язків нерівності $(\sin 2x)' > 1$?

А	Б	В	Г	Д
$\left(-\frac{\pi}{6}; \frac{\pi}{6}\right)$	$\left(\frac{\pi}{6}; \frac{5\pi}{6}\right)$	$\left(-\frac{\pi}{3}; \frac{\pi}{3}\right)$	$\left(\frac{\pi}{12}; \frac{5\pi}{12}\right)$	нерівність не має розв'язків

10. На малюнку зображено графік функції $y = f(x)$. Упорядкуйте наступні числа за зростанням: $a = \int_0^1 f(x)dx$, $b = \int_1^2 f(x)dx$, $c = \int_2^3 f(x)dx$.



А	Б	В	Г	Д
$b < a < c$	$c < a < b$	$a < b < c$	$b < c < a$	$c < b < a$

11. Тіло рухається прямолінійною ділянкою шляху, а його швидкість (у м/с) при цьому змінюється за законом $v(t) = -3t^2 + 12t + 1$. На якій відстані від початку відліку знаходилося тіло через 2 с після початку руху, якщо через 1 с після початку руху ця відстань дорівнювала 10 м?

А	Б	В	Г	Д
18 м	20 м	22 м	24 м	26 м

12. Знайдіть ту первісну $F(x)$ функції $f(x) = \mathrm{tg}^2 x$, графік якої проходить через точку $K(0; 1)$.

А	Б	В	Г	Д
$F(x) = \mathrm{tg}x + x + 1$	$F(x) = \cos x + x$	$F(x) = \frac{-1}{\cos x} + x + 2$	$F(x) = \sin x + 1$	$F(x) = \mathrm{tg}x - x + 1$

Відповіді до частини 1

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12

Частина 2. ***Запишіть відповідь ДЕСЯТКОВИМ ДРОБОМ.***

13. Сергійко будував вежу з кубиків так, що у кожному наступному ряду вежі було на два кубики менше, ніж у попередньому. Скільки кубиків було в найнижчому ряду вежі, якщо найвищий ряд мав 1 кубик, а вся вежа містила 100 кубиків?

Відповідь: ____________________

14. У квадрат вписано інший квадрат так, що його вершини є серединами сторін початкового квадрата, у цей квадрат – наступний квадрат і т. д. Знайдіть суму площ усіх квадратів, якщо сторона першого дорівнює 2.

Відповідь: ____________________

15. Частка від ділення третього і другого елементів геометричної прогресії дорівнює $3^{\sqrt{4}-\sqrt{8}}$. Знайдіть восьмий елемент цієї прогресії, якщо сьомий її елемент дорівнює $9 \cdot 3^{\sqrt{8}}$.

Відповідь: ____________________

16. Сума третього й одинадцятого елементів арифметичної прогресії дорівнює 16, а восьмий елемент цієї самої прогресії дорівнює 5. Знайдіть різницю прогресії.

Відповідь: ____________________

17. При яких значеннях параметра a пряма $y = ax + 3$ НЕ перетинає дотичну до графіка функції $y = 6x^2 - 2x + 1$, проведену в точці $M(0;\ 1)$? Якщо таке значення одне, то запишіть його у відповідь; якщо таких значень кілька, то запишіть у відповідь їх СУМУ.

Відповідь: ____________________

18. Обчисліть інтеграл $\int\limits_0^5 \left||x|-3\right| dx$.

Відповідь: ____________________

Частина 3. ***Розв'язання завдань обґрунтуйте. У разі необхідності проілюструйте виконання таблицями, діаграмами або графіками.***

19. Скільки коренів має рівняння $x^3 - 48x = a$ залежно від значень параметра a?

20. Полковник З.А.Гребищенко вирішив облицювати свій відкритий басейн із квадратним дном дорогою китайською плиткою. Визначте розміри цього басейну, якщо його спроектовано так, щоб витрати на закупівлю плитки були найменшими, а об'єм басейну дорівнює 256 м^3.

ТЕМАТИЧНИЙ ТЕСТ № 7

Планіметрія

Частина 1. ***Оберіть правильну, на вашу думку, відповідь.***

1. Який із наведених наборів відрізків і кутів МОЖЕ визначати деякий трикутник ABC?

А	Б	В	Г	Д
$AB = 3$, $BC = 5$, $\angle ACB = 105°$	$AB = 5$, $BC = 7$, $AC = 14$	$AB = 10$, $\angle ABC = 88°$, $\angle CAB = 95°$	$\angle BAC = 63°$, $\angle ABC = 31°$, $\angle ACB = 58°$	$AB = 2$, $BC = 1$, $\angle ABC = 1°$

2. Сторони трикутника дорівнюють 1, 4 і $\sqrt{17}$. Знайдіть найбільший із кутів трикутника.

А	Б	В	Г	Д
60°	75°	90°	100°	120°

3. Основа AC рівнобедреного трикутника ABC дорівнює 10 км. Знайдіть радіус кола, описаного навколо цього трикутника, якщо кут A дорівнює 30°.

А	Б	В	Г	Д
$\frac{20}{\sqrt{2}}$ км	$\frac{10}{\sqrt{2}}$ км	$\frac{20}{\sqrt{3}}$ км	$\frac{10}{\sqrt{3}}$ км	$\frac{20}{\sqrt{6}}$ км

4. Трикутник ABC – рівносторонній зі стороною 12. Точки P, S, R – середини сторін AB, BC і AC відповідно. Знайдіть радіус кола, який проходить через ці точки.

А	Б	В	Г	Д
$2\sqrt{2}$	$3\sqrt{3}$	4	$3\sqrt{2}$	$2\sqrt{3}$

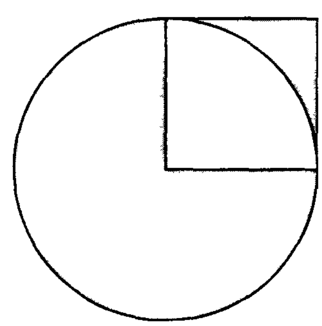
5. Трикутник ABC має площу 1. Сторони AC і BC діляться точками P, Q і R, S на три рівні частини відповідно, тобто $AP = PQ = QC$ і $BR = RS = SC$. Обчисліть площу чотирикутника $APRB$.

А	Б	В	Г	Д
$\frac{1}{3}$	$\frac{4}{9}$	$\frac{5}{9}$	$\frac{2}{3}$	$\frac{3}{4}$

6. Продовження бічних сторін KL і MP трапеції $KLMP$ перетинаються в точці S. Знайдіть KL, якщо $KS = 20$, а $KP : LM = 5 : 2$.

А	Б	В	Г	Д
21	18	15	12	9

7. Дві вершини квадрата лежать на колі, а третя збігається із центром кола (див. мал.). Знайдіть площу заштрихованої частини фігури, якщо радіус кола дорівнює 4.



А	Б	В	Г	Д
$16\pi - 16$	12π	$12\pi + 4$	$8\pi + 16$	$12\pi - 4$

8. Більша висота паралелограма збігається з меншою його діагоналлю і дорівнює 6. Знайдіть меншу висоту паралелограма, якщо його менша сторона дорівнює 2,5.

А	Б	В	Г	Д
$\frac{35}{17}$	2	3	$\frac{30}{13}$	$\frac{25}{11}$

9. Кути опуклого п'ятикутника утворюють арифметичну прогресію з цілою різницею. Тоді найменший кут цього п'ятикутника МОЖЕ дорівнювати...

А	Б	В	Г	Д
69°	85°	45°	91°	38°

10. Квадрат і правильний шестикутник вписані в одне коло. Тоді відношення площі квадрата до площі шестикутника дорівнює...

А	Б	В	Г	Д
$4:3\sqrt{3}$	$3:4\sqrt{2}$	$5:3\sqrt{6}$	$3:4\sqrt{5}$	$3:8$

11. Відстань по прямій між точками з позначками 5 та 9 на циферблаті годинника дорівнює $\sqrt{6}$. Знайдіть довжину хвилинної стрілки, якщо вона є радіусом круга (циферблата годинника).

А	Б	В	Г	Д
$2\sqrt{2}$	$\sqrt{2}$	$\sqrt{6}$	$\sqrt{3}$	$2\sqrt{3}$

12. Точка S лежить зовні кола з центром у точці O. З цієї точки до даного кола проведено січну SO, яка перетинає коло в точках A і B, та дотичну, яка дотикається до кола у точці C. Точка A належить відрізку SB. Знайдіть довжину відрізка SC, якщо $SA = 10$, а радіус кола $R = 5$.

А	Б	В	Г	Д
20	$10\sqrt{6}$	$10\sqrt{5}$	$10\sqrt{3}$	$10\sqrt{2}$

Відповіді до частини 1

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12

Частина 2. ***Запишіть відповідь ДЕСЯТКОВИМ ДРОБОМ.***

13. У правильний трикутник вписано коло, а в це коло – другий правильний трикутник, у другий правильний трикутник – друге коло і т. д. У скільки разів площа четвертого трикутника менша за площу початкового?

Відповідь: ____________________

14. Сторони прямокутника $LITO$ дорівнюють 6 мм і 8 мм. З вершин L і T на діагональ IO опущено перпендикуляри LM і TD. Знайдіть довжину відрізка MD (у мм).

Відповідь: ____________________ мм.

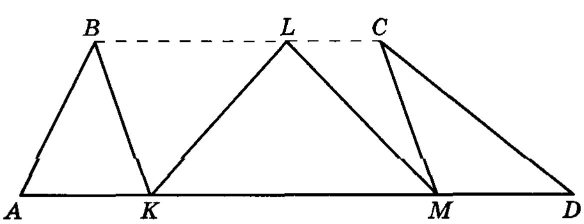
15. Трапеція з бічною стороною 16 вписана в коло. Діагональ трапеції утворює з більшою основою кут, косинус якого дорівнює 0,6. Обчисліть радіус кола.

Відповідь: ____________________

16. У паралелограмі $ABCD$ бісектриса гострого кута A, який дорівнює 30°, ділить сторону BC на відрізки 5 см і 17 см, починаючи від вершини тупого кута. Обчисліть площу паралелограма.

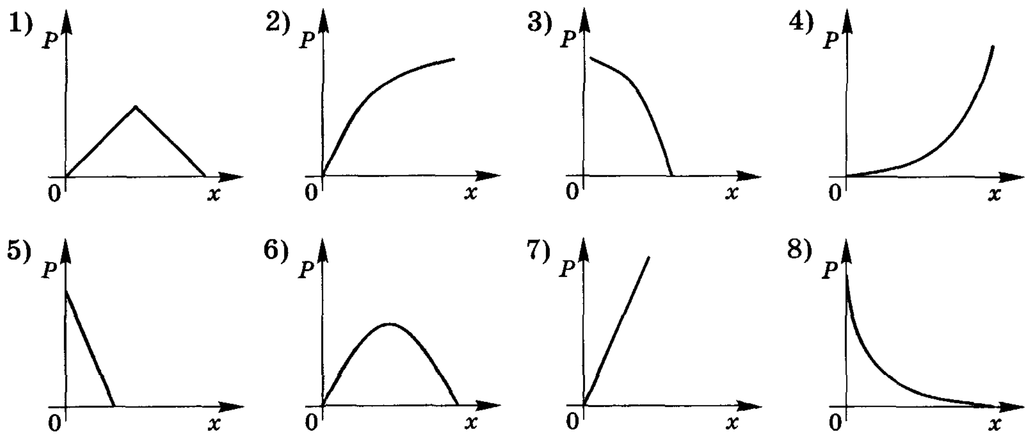
Відповідь: ____________________ см^2.

17. З трапеції $ABCD$ ($AD \parallel BC$) вирізали два трикутники BKL і LMC (див. мал.). Знайдіть суму площ трикутників ABK, KLM і MCD, які залишилися після вирізання, якщо відомо, що основа $AD = 35$ см, а висота трапеції дорівнює 7 см.



Відповідь: ____________________ см^2.

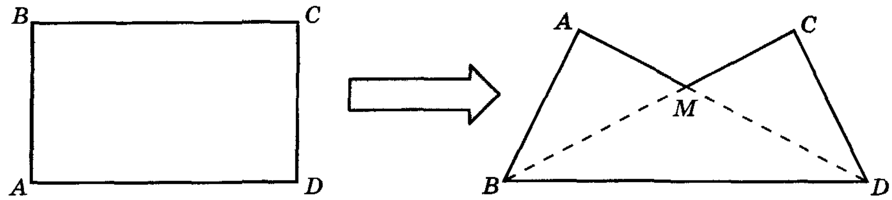
18. Площа правильного трикутника дорівнює x. Серед наведених графіків укажіть графік залежності $P = P(x)$ периметра правильного трикутника від його площі. У відповідь запишіть НОМЕР цього графіка.



Відповідь: ______________________

Частина 3. ***Розв'язання завдань обґрунтуйте. У разі необхідності проілюструйте виконання таблицями, діаграмами або графіками.***

19. Прямокутний аркуш паперу $ABCD$, більша сторона AD якого дорівнює a см, а менша сторона AB дорівнює b см, зігнули по діагоналі BD і склеїли (див. мал.). Знайдіть периметр п'ятикутника $BAMCD$.



20. Доведіть, що:

а) бісектриси всіх чотирьох кутів прямокутника, перетинаючись, утворюють квадрат;

б) бісектриса кута паралелограма ділить навпіл кут між висотами, проведеними з однієї його вершини.

ТЕМАТИЧНИЙ ТЕСТ № 8

Стереометрія

Частина 1. ***Оберіть правильну, на вашу думку, відповідь.***

1. З вершини A прямокутника $ABCD$ до його площини проведено перпендикуляр $AM = 5$. Знайдіть відстань від точки M до діагоналі BD, якщо $AB = 15$, $BC = 20$.

А	Б	В	Г	Д
11	$12\sqrt{3}$	13	$14\sqrt{2}$	15

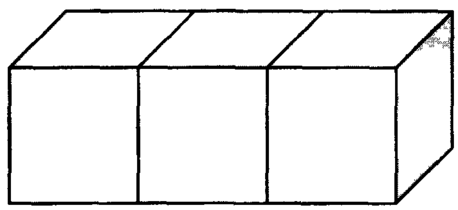
2. Ребро одного куба дорівнює діагоналі другого куба. Як відносяться їх об'єми?

А	Б	В	Г	Д
3 : 1	$2\sqrt{2} : 1$	2 : 1	$3\sqrt{3} : 1$	4 : 1

3. Основою прямокутного паралелепіпеда є прямокутник зі сторонами 4 см і 3 см, а бічне ребро дорівнює 2 дм. Знайдіть тангенс кута нахилу діагоналі паралелепіпеда до площини основи.

А	Б	В	Г	Д
0,25	0,4	2	2,5	4

4. Прямокутний паралелепіпед склеєно з трьох однакових кубиків (див. мал.). Знайдіть площу повної поверхні паралелепіпеда, якщо ребро кожного кубика дорівнює 1 см.



А	Б	В	Г	Д
18 см^2	12 см^2	16 см^2	14 см^2	задача має неоднозначну відповідь

5. У правильній трикутній піраміді всі плоскі кути при вершині прямі, а бічне ребро дорівнює 10 см. Знайдіть об'єм піраміди.

А	Б	В	Г	Д
$\frac{500}{3}$ см^3	$\frac{1000}{3}$ см^3	500 см^3	1000 см^3	інша відповідь

6. Ребро куба дорівнює діаметру основи циліндра. Як відносяться їх об'єми, якщо осьовий переріз циліндра є квадратом?

А	Б	В	Г	Д
$\pi : 5$	$\pi : 4$	$\pi : 3$	$\pi : 2$	$\pi : 1$

7. Які геометричні фігури НЕ МОЖНА отримати як перерізи конуса?

А	Б	В	Г	Д
трикутник	чотирикутник	коло	еліпс	усі наведені фігури можна отримати

8. Два конуси мають однакову площу бічної поверхні. Знайдіть відношення радіусів їх основ, якщо твірна першого конуса в 3 рази більша за твірну другого.

А	Б	В	Г	Д
1 : 3	$1 : \sqrt{3}$	1 : 9	$\sqrt{2} : \sqrt{3}$	2 : 3

9. Уявіть собі на хвильку, що у Вас є аж 5 видів фужерів: А, Б, В, Г, Д, кожен з яких має форму циліндра з радіусом основи R та висотою h. Укажіть вид фужерів, які потрібно поставити на святковий стіл, якщо ви прагнете налити у них ЯКНАЙМЕНШЕ рідини, але наливати доведеться вщерть.

А	Б	В	Г	Д
$R=3,\ h=2$	$R=2,\ h=4$	$R=4,\ h=1$	$R=2,\ h=3$	$R=1,\ h=8$

10. М'ячик, об'єм якого дорівнює 288π см^3, зробив один повний оберт по прямій. Знайдіть довжину шляху, який він при цьому подолав.

А	Б	В	Г	Д
36π см	24π см	18π см	12π см	інша відповідь

11. Дано дві концентричні кулі, радіуси яких $r=5$ і $R=13$. До меншої кулі проведено дотичну площину. Знайдіть площу перерізу більшої кулі цією площиною.

А	Б	В	Г	Д
144π	81π	225π	169π	256π

12. У просторі задано три РІЗНІ прямі. Скільки можна провести РІЗНИХ площин так, щоб кожна з цих площин містила принаймні дві з цих прямих?

А	Б	В	Г	Д
жодної, дві або три	жодної або одну	жодної, одну або три	одну або три	інша відповідь

Відповіді до частини 1

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12

Частина 2. ***Запишіть відповідь ДЕСЯТКОВИМ ДРОБОМ.***

13. З точки до площини проведено дві однакові похилі, кут між якими 60°. Кут між проекціями цих похилих дорівнює 90°. Знайдіть кут нахилу похилих до площини (у градусах).

Відповідь: ____________________ градусів.

14. Виміри прямокутного паралелепіпеда відносяться як 1 : 1 : 2, причому бічне ребро більше від сторін основи. Через сторону основи під кутом 45° до її площини проведено переріз. Знайдіть відношення об'єму більшої частини до об'єму меншої частини паралелепіпеда, на які його поділив переріз.

Відповідь: ____________________

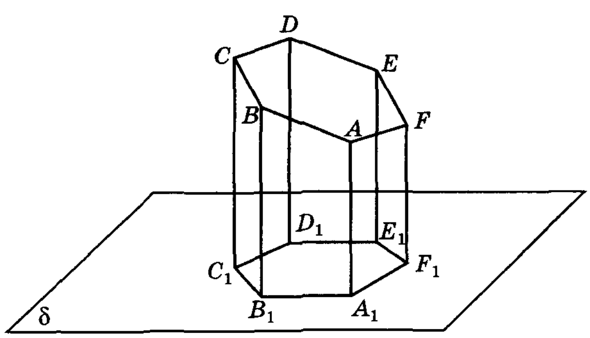
15. У правильній трикутній піраміді відношення площі бічної поверхні до площі основи дорівнює $\sqrt{3}$. Знайдіть плоский кут при вершині піраміди (у градусах).

Відповідь: ____________________ градусів.

16. Знайдіть об'єм трикутної піраміди, бічні ребра якої дорівнюють 15 см, 6 см і 9 см, а всі плоскі кути при вершині – прямі.

Відповідь: ____________________ см^3.

17. Дано правильний шестикутник $ABCDEF$. Площина δ не перетинає жодну зі сторін цього шестикутника. Шестикутник $A_1B_1C_1D_1E_1F_1$ є ортогональною проекцією $ABCDEF$ на площину δ (див. мал.). Знайдіть CC_1, якщо $BB_1 = 7$ см, $EE_1 = 6$ см, $FF_1 = 1{,}5$ см.



Відповідь: ____________________ см.

18. З точки до площини σ проведено дві похилі, довжини яких відносяться як $\sqrt{45}:\sqrt{52}$. Менша похила утворює з цією площиною кут, тангенс якого дорівнює 2. Знайдіть відношення довжини проекції більшої похилої на σ до довжини проекції меншої похилої на σ. У разі необхідності відповідь округліть до сотих.

Відповідь: ______________________

Частина 3. ***Розв'язання завдань обґрунтуйте. У разі необхідності проілюструйте виконання таблицями, діаграмами або графіками.***

19. У правильну трикутну призму вписано циліндр, а в цей циліндр вписано правильну чотирикутну призму. Знайдіть:

а) відношення об'ємів трикутної призми і циліндра;

б) відношення площ бічних поверхонь циліндра і чотирикутної призми.

20. Доведіть, що:

а) відстань від середини відрізка до площини, яка його не перетинає, дорівнює півсумі відстаней від кінців відрізка до цієї площини;

б) діагональ прямокутного паралелепіпеда менша за суму трьох ребер, які виходять з однієї вершини.

ТЕМАТИЧНИЙ ТЕСТ № 9

Вектори і координати

Частина 1. ***Оберіть правильну, на вашу думку, відповідь.***

1. Три вектори $\overrightarrow{AB}=\vec{c}$, $\overrightarrow{BC}=\vec{a}$ і $\overrightarrow{CA}=\vec{b}$ є сторонами трикутника. Через вектори $\vec{a}$, $\vec{b}$ і $\vec{c}$ виразіть вектор $\overrightarrow{AM}$, який збігається з медіаною трикутника, проведеною з вершини A.

А	Б	В	Г	Д
$\overrightarrow{AM}=\vec{c}+\frac{1}{2}\vec{a}$	$\overrightarrow{AM}=\vec{a}+\frac{1}{2}\vec{b}$	$\overrightarrow{AM}=\vec{b}+\frac{1}{2}\vec{c}$	$\overrightarrow{AM}=\vec{b}+\frac{1}{2}\vec{a}$	$\overrightarrow{AM}=\vec{c}+\frac{1}{2}\vec{b}$

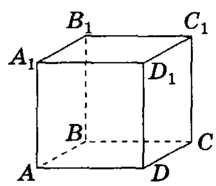
2. Нехай точка O є точкою перетину діагоналей паралелограма $ABCD$, $\overrightarrow{AB}=\vec{a}$, $\overrightarrow{AD}=\vec{b}$, $\overrightarrow{CO}=\vec{c}$. Виразіть вектор c через вектори $\vec{a}$ і $\vec{b}$.

А	Б	В	Г	Д
$\vec{b}-\vec{a}$	$\vec{a}+\vec{b}$	$-\frac{1}{2}(\vec{a}+\vec{b})$	$\frac{1}{2}(\vec{a}+\vec{b})$	$-\vec{a}-\vec{b}$

3. Вектори $\vec{a}$ і $\vec{b}$ лежать на прямих $y=x-1$ і $y=-x-2$ відповідно. Знайдіть скалярний добуток $\vec{a}\cdot\vec{b}$.

А	Б	В	Г	Д
−3	−2	−1	0	задача має неоднозначну відповідь

4. Дано куб $ABCDA_1B_1C_1D_1$. Впорядкуйте за зростанням наступні скалярні добутки: $a=\overrightarrow{AD}\cdot\overrightarrow{C_1D_1}$, $b=\overrightarrow{BC}\cdot\overrightarrow{D_1A_1}$ і $c=\overrightarrow{AA_1}\cdot\overrightarrow{BB_1}$.



А	Б	В	Г	Д
$a<b<c$	$b<a<c$	$b<c<a$	$c<b<a$	$c<a<b$

5. Дано вектор $\vec{x}(-3;\ 6;\ 2)$. Знайдіть косинус кута між цим вектором і додатним напрямом осі аплікат.

А	Б	В	Г	Д
$-\frac{3}{8}$	$-\frac{3}{7}$	$-\frac{1}{2}$	$\frac{6}{7}$	$\frac{2}{7}$

6. Дано вектори $\vec{x}(-2;\ 0)$, $\vec{y}(1;\ -1)$ і $\vec{z}(2;\ 3)$. Знайдіть значення параметра λ, при якому вектори $2\vec{x}-\lambda\vec{y}$ та $\vec{z}$ будуть колінеарними.

А	Б	В	Г	Д
−1,6	2	−2,4	2,8	такого значення не існує

7. За умовою попередньої задачі знайдіть довжину вектора $\vec{x}+\vec{y}+\vec{z}$.

А	Б	В	Г	Д
$\sqrt{3}$	$\sqrt{5}$	$2\sqrt{2}$	$\sqrt{13}$	$\sqrt{17}$

8. Визначте, у яких координатних чвертях МОЖЕ знаходитися точка $M(x;\ y)$, якщо $x\cdot y>0$.

А	Б	В	Г	Д
у третій або четвертій	у другій або третій	у другій або четвертій	у першій або другій	у першій або третій

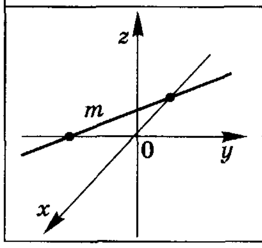
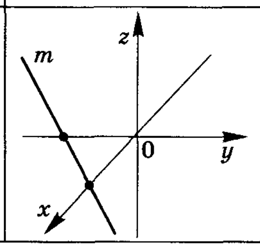
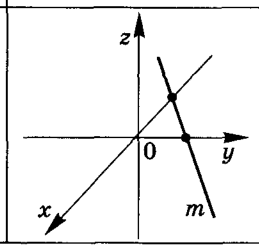
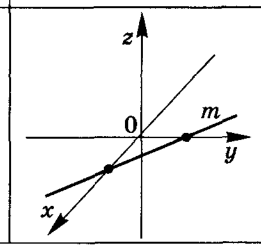
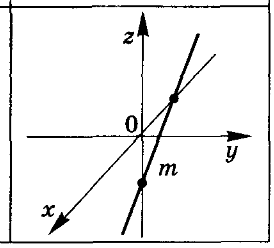
9. У трикутнику ABC точки K, L і M є серединами сторін AB, BC і CA відповідно. Знайдіть ОРДИНАТУ точки K, якщо $C(0; 2; -1)$, $L(-1; 4; -2)$, $M(3; -2; -1)$.

А	Б	В	Г	Д
0	2	–2	4	інша відповідь

10. Задано точки $A(-1; 1)$, $B(-1; 3)$ і $C(5; b)$. Знайдіть площу трикутника ABC.

А	Б	В	Г	Д
відповідь залежить від значення параметра b	4	5	6	8

11. Укажіть малюнок, на якому зображено пряму m, яка належить площині $y = 0$.

А	Б	В	Г	Д
				

12. Точку $A(-4; 2)$ спочатку симетрично відобразили відносно початку координат, а потім цю симетричну точку спроектували на вісь абсцис. Знайдіть координати проекції на вісь абсцис.

А	Б	В	Г	Д
(2; 0)	(0; –4)	(4; 0)	(0; 2)	(–2; 0)

Відповіді до частини 1

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12

Частина 2. ***Запишіть відповідь ДЕСЯТКОВИМ ДРОБОМ.***

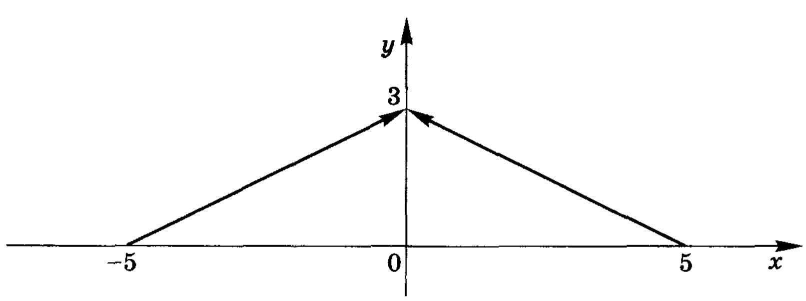
13. Знайдіть усі значення параметра m, при яких вектори $\vec{a}(1; \lg m; \lg m)$ і $\vec{b}(1; \lg m; -2)$ будуть перпендикулярними. Якщо таке значення одне, то запишіть його у відповідь; якщо таких значень кілька, то запишіть у відповідь їх СУМУ.

Відповідь: ____________________

14. Координати вектора $\vec{a}(x; y)$ задовольняють рівняння $(x + 6)^2 + (y + 8)^2 = 25$. Знайдіть НАЙБІЛЬШЕ можливе значення довжини вектора $\vec{a}$.

Відповідь: ____________________

15. Обчисліть скалярний добуток векторів, зображених на малюнку.



Відповідь: ____________________

16. У піраміді $SABC$ трикутник ABC, що лежить в основі, має наступні координати вершин: $A(-10; 1; 2)$, $B(-5; -4; 2)$, $C(8; -4; 2)$. Знайдіть об'єм піраміди, якщо апліката точки S дорівнює 5.

Відповідь: ____________________

17. Квадрати відстаней від точки M до осі абсцис, осі ординат та осі аплікат відповідно дорівнюють 20, 65 і 53. Знайдіть квадрат відстані від точки M до початку координат.

Відповідь: ____________________

18. На осі абсцис знайдіть точку X, сума квадратів відстаней від якої до точок $A(12; -6)$ і $B(-2; 8)$ буде НАЙМЕНШОЮ. У відповідь запишіть абсцису цієї точки.

Відповідь: ____________________

Частина 3. ***Розв'язання завдань обґрунтуйте. У разі необхідності проілюструйте виконання таблицями, діаграмами або графіками.***

19. Дано правильний тетраедр $SABC$ з ребром a. Знайдіть:

а) скалярний добуток векторів $\overrightarrow{AS}\cdot\overrightarrow{AH}$, де H – основа висоти тетраедра, проведеної з вершини S;

б) усі значення параметра a, при яких виконується нерівність $|\overrightarrow{AS}+\overrightarrow{AH}|<\overrightarrow{AS}\cdot\overrightarrow{AH}$.

20. *Використовуючи вектори*, доведіть, що:

а) у прямокутному трикутнику сума квадратів катетів дорівнює квадрату гіпотенузи;

б) середня лінія трикутника паралельна основі й дорівнює її половині.

ТЕМАТИЧНИЙ ТЕСТ № 10

Елементи теорії ймовірностей і математичної статистики

Частина 1. ***Оберіть правильну, на вашу думку, відповідь.***

1. Яка ймовірність того, що навмання назване натуральне число є додатним?

А	Б	В	Г	Д
0	0,2	0,5	1	2

2. Середній вік слухачів денних підготовчих курсів одного з навчальних закладів 1 січня 2007 року дорівнював 17,3 року. Яким буде середній вік ТИХ САМИХ осіб 1 січня 2010 року?

А	Б	В	Г	Д
17,6 року	20,6 року	18,8 року	17,3 року	20,3 року

3. Яка ймовірність того, що навмання вибране двоцифрове число, яке ділиться на 4, ділиться також і на 12?

А	Б	В	Г	Д
$\frac{3}{7}$	$\frac{4}{11}$	$\frac{1}{3}$	$\frac{3}{8}$	$\frac{7}{16}$

4. На кожній із чотирьох однакових карток записано одну з літер: А, Б, Н, Я. Яка ймовірність того, що картки, навмання розкладені в рядок, утворять слово БАНЯ?

А	Б	В	Г	Д
$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{8}$	$\frac{1}{16}$	$\frac{1}{24}$	$\frac{1}{40}$

5. У квадрат вписано круг, діаметр якого дорівнює 6 км. Яка ймовірність того, що навмання вибрана точка квадрата опиниться всередині круга?

А	Б	В	Г	Д
$\frac{\pi}{4}$	$\frac{4}{9}$	π	$\frac{5}{6}$	$\frac{\pi}{6}$

6. Одного разу Олежці потрібно було з Русанівки дістатися на Виноградар, заїхавши по дорозі до товариша, який живе на Подолі. Детально проаналізувавши карту-схему Києва, Олежка виявив, що з Русанівки на Поділ є п'ять прямих автобусних маршрутів, а з Подолу на Виноградар – три. Скільки є в Олежки РІЗНИХ варіантів автобусної подорожі з Русанівки на Виноградар через Поділ?

А	Б	В	Г	Д
3	5	8	15	125

7. На колі позначили 12 точок. Яку НАЙБІЛЬШУ кількість хорд з кінцями в цих точках можна утворити?

А	Б	В	Г	Д
132	66	33	24	12

8. Переможцями конкурсу стали 15 дівчат та 10 хлопців. Організатори випадковим чином обрали три особи для вручення суперпризів. Яка ймовірність того, що серед них буде 2 дівчини і один хлопець?

А	Б	В	Г	Д
$\frac{2\cdot C_{10}^2}{C_{25}^3}$	$\frac{C_{15}^2}{C_{25}^3}$	$\frac{15\cdot C_{10}^2}{C_{25}^3}$	$\frac{C_{10}^2}{C_{25}^3}$	$\frac{10\cdot C_{15}^2}{C_{25}^3}$

9. Навмання обрано два додатних числа x та y, кожне з яких не перевищує 3. Знайдіть імовірність того, що їх сума буде НЕ БІЛЬШОЮ за 1.

А	Б	В	Г	Д
$\frac{1}{27}$	$\frac{1}{18}$	$\frac{1}{9}$	$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{3}$

10. Дві подружки, Оленка та Ліля, не змовляючись, вирішили перефарбувати волосся. У Оленки є 5 фарб світлих відтінків і 15 фарб темних відтінків, а у Лілі – 12 фарб світлих відтінків і 8 фарб темних відтінків. Яка ймовірність того, що обидві подруги стануть блондинками, якщо кожна з них фарбу обирає навмання?

А	Б	В	Г	Д
0,45	0,3	0,15	0,1	0,05

11. У класі сидять m дівчат і n хлопців. Один ХЛОПЕЦЬ піднімає руку і виходить із класу. Після цього вчитель викликає до дошки учня, роблячи свій вибір навмання. Яка ймовірність того, що розв'язувати задачу вийде ДІВЧИНА?

А	Б	В	Г	Д
$\frac{m}{m+n-1}$	$\frac{m-1}{m+n-1}$	$\frac{n}{m+n}$	$\frac{n-1}{m+n-1}$	$\frac{n}{m+n-1}$

12. Дядько Федір після великого прання розвісив у повному безладі на мотузочці у дворі 5 трусиків і 10 маєчок. Корова Мурка і теля Гаврюша вирішили перевірити смакові якості згаданих текстильних виробів і навмання обрали собі по одному об'єкту для перевірки. Яка ймовірність того, що спочатку Мурка покуштувала маєчку, а потім Гаврюша – трусики?

А	Б	В	Г	Д
$\frac{1}{8}$	$\frac{2}{9}$	$\frac{5}{21}$	$\frac{11}{42}$	$\frac{13}{63}$

Відповіді до частини 1

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12

Частина 2. ***Запишіть відповідь ДЕСЯТКОВИМ ДРОБОМ.***

13. У прямокутному трикутнику ABC ($\angle C = 90°$, $AC = \sqrt{3}$ см, $BC = 8$ см) навмання вибирають точку O. Яка ймовірність того, що кут OAC не перевищує 60°?

Відповідь: ____________________

14. Кіт Матроскін та собака Шарик домовилися зустрітися біля великого дуба протягом 25 хв, щоб разом піти за новим скарбом. Відомо, що кожен із них чекатиме іншого тільки 10 хв, адже дуже кортить швидше викопати скарб. Знайдіть імовірність того, що скарб викопуватимуть двоє друзів, якщо кожен із них час свого приходу обирає випадково.

Відповідь: ____________________

15. Снайпер Шарик при кожному пострілі влучає у капелюх Пєчкіна з імовірністю $\frac{3}{4}$. У Пєчкіна є 4 капелюхи, і він підкинув по черзі всі. Яка ймовірність того, що ЛИШЕ ЧЕРЕЗ ТРИ з них можна буде проціджувати локшину? У разі необхідності відповідь округліть до сотих.

Відповідь: ____________________

16. Футболіст Кіндрат Бабайкін у середньому забиває один гол після кожних 10 ударів у площину воріт. Під час останнього матчу він поцілив у площину воріт чотири рази. Яка ймовірність того, що у цьому матчі на рахунку пана Бабайкіна буде дубль (два голи) у ворота суперників? Відповідь округліть до тисячних.

Відповідь: ____________________

17. Під час тестування в деякій аудиторії працює три приховані телекамери спостереження, кожна з яких увімкнена 90 %, 60 % та 50 % усього часу відповідно, причому незалежно від того, увімкнені інші телекамери або ні. Знайдіть імовірність того, що момент спроби списування абітурієнтом X був знятий ХОЧА Б ОДНІЄЮ з телекамер.

Відповідь: ____________________

18. Кіт Матроскін, пес Шарик, дядько Федір та листоноша Пєчкін увечері 30 червня 2007 року знайшли скарб. Справедливо розділивши його, отримали в середньому по 15 золотих монет. Але 1 липня Пєчкін дізнався з ранкової газети, що виграв джек-пот Простоквашинської лотереї! Тому щасливий листоноша вирішив подарувати свою частину скарбу вчорашнім компаньйонам. Якою стане після цього середня кількість монет у Матроскіна, Шарика та дядька Федора?

Відповідь: ____________________ монет.

Частина 3. ***Розв'язання завдань обґрунтуйте. У разі необхідності проілюструйте виконання таблицями, діаграмами або графіками.***

19. Імовірність своєчасної сплати податків для підприємства A дорівнює a, для підприємства B дорівнює b, а для підприємства C дорівнює c. Відомо, що лише два підприємства своєчасно сплатили податки. З'ясуйте:

а) що є більш імовірним: підприємство C сплатило вчасно податки, чи підприємство C не сплатило вчасно податки, якщо $a = 0,5$, $b = 0,6$, а $c = 0,4$;

б) для якого значення c при $a = 0,5$, $b = 0,6$ імовірності своєчасної сплати та несвоєчасної сплати податків підприємством C будуть однакові.

20. На К-й площі є ЛИШЕ три кафе. За даними вуличного опитування відомо, що в середньому з 10 осіб 4 обідають у першому кафе, 5 – у другому, а 1 – у третьому. Імовірність відмінного сервісу в першому, другому та третьому кафе відповідно дорівнює 0,8; 0,9 і 0,5. Авторитетна комісія з перевірки якості послуг навмання обирає відвідувача кафе на К-й площі. Знайдіть імовірність того, що:

а) він буде задоволений сервісом;

б) задоволений сервісом відвідувач пообідав у першому кафе.

ТРЕНУВАЛЬНИЙ ТЕСТ № 1

Частина 1. ***Оберіть правильну, на вашу думку, відповідь.***

1. Серед наведених чисел укажіть НАЙМЕНШЕ.

А	Б	В	Г	Д
$2^{\frac{1}{3}}$	$\left(\frac{1}{2}\right)^2$	$3^{\frac{1}{2}}$	$\left(\frac{1}{3}\right)^2$	$\left(\frac{1}{2}\right)^{\frac{1}{3}}$

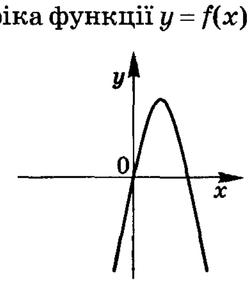
2. Дано чотири числа: $\cos 6\pi$, $\operatorname{tg}\frac{\pi}{6}$, $\sin 2\pi$, $\operatorname{ctg}\frac{\pi}{2}$. Скільки з них більші за $\frac{1}{2}$?

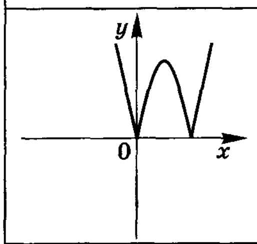
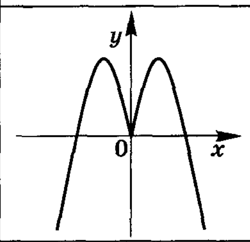
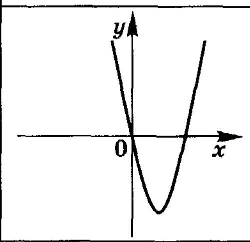
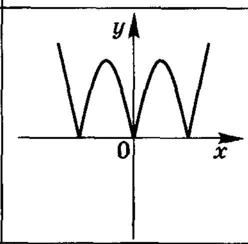
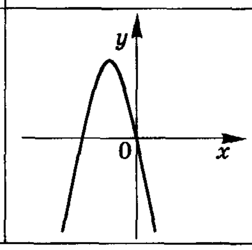
А	Б	В	Г	Д
жодне	одне	два	три	чотири

3. На день народження Василька має прийти або 12, або 15, або 18 гостей (точно він не знає). Яку НАЙМЕНШУ кількість вареників має зліпити Василько, щоб у будь-якому разі всім гостям дісталося їх порівну і жодного вареника не довелося розрізати?

А	Б	В	Г	Д
60	90	120	180	360

4. На малюнку зображено ескіз графіка функції $y = f(x)$. Укажіть ескіз графіка функції $y = f(|x|)$.



А	Б	В	Г	Д
				

5. Дано чотири функції: $y = 2^x$, $y = \sqrt[4]{x}$, $y = \sin 2x$, $y = \log_4 x$. Скільки серед них парних?

А	Б	В	Г	Д
жодної	одна	дві	три	чотири

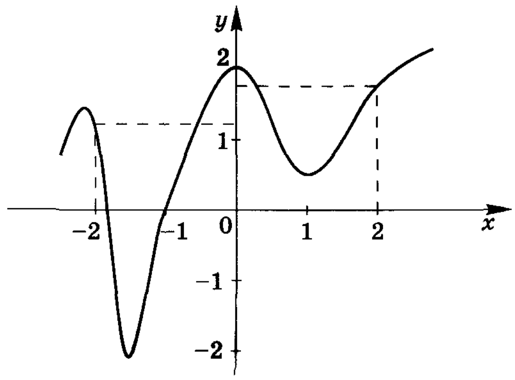
6. Коренями якого із наведених квадратних рівнянь МОЖУТЬ бути числа $\sqrt{a+2}+\sqrt{a}$ і $\sqrt{a+2}-\sqrt{a}$ $(a \geqslant 0)$?

А	Б	В	Г	Д
$x^2 - 2x - 1 = 0$	$x^2 - 3x + 1 = 0$	$x^2 - x - 2 = 0$	$x^2 + 2x - 3 = 0$	$x^2 - 4x + 2 = 0$

7. Дано чотири рівняння: 1) $\sin x = \lg 2$; 2) $\sqrt{x} = \cos 2$; 3) $\log_2 x = -3$; 4) $\operatorname{arctg} x = 2$. Скільки з них МАЮТЬ корені?

А	Б	В	Г	Д
жодне	одне	два	три	чотири

8. На малюнку зображено фрагмент графіка функції $y = f(x)$ на відрізку $[-2; 2]$. Скільки коренів на цьому відрізку матиме рівняння $3^{f(x)} = 1$?



А	Б	В	Г	Д
жодного	один	два	три	більше трьох

9. Розв'яжіть нерівність $x \cdot \log_{0,5}3 < \log_{0,5}3$.

А	Б	В	Г	Д
$x \in (-\infty; +\infty)$	$x \in (-\infty; 0)$	$x \in (0; +\infty)$	$x \in (-\infty; 1)$	$x \in (1; +\infty)$

10. Скільки ЦІЛИХ чисел містить множина розв'язків нерівності $5^{\log_5 x} \leqslant 1$?

А	Б	В	Г	Д
жодного	одне	два	три	більше трьох

11. Який із наведених інтервалів ПОВНІСТЮ міститься у множині розв'язків нерівності $\operatorname{ctg} x > 1$?

А	Б	В	Г	Д
$\left(0; \frac{\pi}{4}\right)$	$\left(\frac{\pi}{4}; \frac{\pi}{2}\right)$	$\left(\frac{\pi}{4}; \pi\right)$	$\left(-\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{4}\right)$	жодний із наведених

12. Для перевезення туристів за маршрутом Ялта–Севастополь туристична фірма використовує однакові комфортабельні автобуси ЛАЗ та IVECO. Скільки туристів можуть перевезти 2 ЛАЗи та 2 IVECO, якщо 3 ЛАЗи та 5 IVECO перевозять 290 пасажирів, а 1 ЛАЗ та 3 IVECO – 150 пасажирів?

А	Б	В	Г	Д
100	120	140	160	180

13. Задача на достатність даних. Микола, Яна і Олег збирали гриби. Чи зібрав Микола НАЙБІЛЬШЕ грибів?

Дані 1. Микола зібрав більше грибів, ніж Яна.

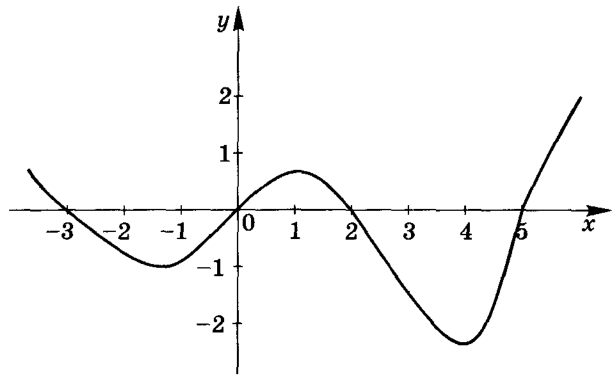
Дані 2. Яна зібрала більше грибів, ніж Олег.

А	Б	В	Г	Д
даних 1 достатньо для розв'язання задачі, а **даних 2** – недостатньо	**даних 2** достатньо для розв'язання задачі, а **даних 1** – недостатньо	і **даних 1** достатньо для розв'язання задачі, і **даних 2** також достатньо	**даних 1** і **даних 2** ЛИШЕ РАЗОМ достатньо для розв'язання задачі	**даних 1** і **даних 2** НАВІТЬ РАЗОМ недостатньо для розв'язання задачі

14. Будемо вважати, що послідовність додатних дійсних чисел x_n «зростає швидше» за послідовність додатних дійсних чисел y_n, якщо існує скінченна границя $\lim\limits_{n\to\infty} \frac{x_n}{y_n} = A > 1$. Серед наведених послідовностей x_n укажіть ту, яка «зростає швидше» за послідовність $y_n = n^2$.

А	Б	В	Г	Д
$x_n = n^2 + 1$	$x_n = 2n^3 - 1$	$x_n = 3n^2 - 2$	$x_n = 0{,}5n^2 + 2$	$x_n = 4n + 0{,}5$

15. На малюнку зображено графік функції $y = f(x)$. Впорядкуйте за зростанням наступні числа: $a = \int\limits_{-3}^{0} f(x)dx$, $b = \int\limits_{0}^{2} f(x)dx$, $c = \int\limits_{2}^{5} f(x)dx$.



А	Б	В	Г	Д
$c < b < a$	$c < a < b$	$b < c < a$	$a < c < b$	$a < b < c$

16. У якого з наведених правильних многокутників внутрішній кут більший за 150° і менший за 160°?

А	Б	В	Г	Д
у 12-кутника	у 16-кутника	у 18-кутника	у 20-кутника	у 24-кутника

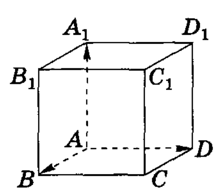
17. Є дві плоскі тарілочки із тонюсіньким блакитним обідочком по самому краєчку. Якщо знехтувати глибиною тарілочки, то можна стверджувати, що площа поверхні більшої з них більша за площу поверхні меншої у 3 рази. У скільки разів довжина блакитного обідочка на більшій тарілочці більша за довжину блакитного обідочка на меншій?

А	Б	В	Г	Д
у $\sqrt{3}$ разів	у $\frac{\pi}{2}$ раза	у 3 рази	у π разів	у 9 разів

18. Знайдіть площу поверхні кулі, вписаної в куб з ребром 12 см.

А	Б	В	Г	Д
36π см^2	48π см^2	144π см^2	192π см^2	576π см^2

19. Дано куб $ABCDA_1B_1C_1D_1$ (див. мал.). Нехай $\overrightarrow{AA_1} = \vec{a}$, $\overrightarrow{AB} = \vec{b}$, $\overrightarrow{AD} = \vec{c}$. Який із наведених векторів дорівнює вектору $\vec{a} + \vec{b} - \vec{c}$?



А	Б	В	Г	Д
$\overrightarrow{A_1C}$	$\overrightarrow{CA_1}$	$\overrightarrow{B_1D}$	$\overrightarrow{DB_1}$	жодний із наведених

20. Дядько Панько вирішив привезти своїй дружині, тітоньці Одарці, два сувеніри із далекої подорожі. Однак у сувенірному кіоску, до якого засапаний Панько підбіг за 1 год до відправлення поїзда, було лише два види сувенірів: намиста і браслети. Вибравши навмання два сувеніри, Панько помчав на вокзал. Яка ймовірність того, що тітонька Одарка отримає у подарунок два браслети, якщо у кіоску було 100 браслетів і 50 намист?

А	Б	В	Г	Д
$\frac{2}{3}$	$\frac{4}{9}$	$\frac{100}{C_{150}^2}$	$\frac{100!}{150!}$	$\frac{C_{100}^2}{C_{150}^2}$

Частина 2. ***Запишіть відповідь ДЕСЯТКОВИМ ДРОБОМ.***

21. Одного разу студента Кузьму спитали, скільки йому років. Оскільки Кузьма добре знав математику, то він відповів так: «1 січня цього року мені виповнилося $\left(-\log_2\left(\frac{1}{2}\cdot\frac{1}{4}\cdot\frac{1}{8}\cdot\frac{1}{16}\cdot\frac{1}{32}\cdot\frac{1}{64}\right)\right)$ років». Якщо Ви також добре знаєте математику, то обов'язково запишете у відповідь, скільки років Кузьмі.

Відповідь: ____________________

22. Знайдіть значення виразу $\cos\left(\operatorname{arcctg}\left(-\frac{1}{\sqrt{3}}\right)\right)$. У РАЗІ НЕОБХІДНОСТІ відповідь округліть до десятих, вважаючи, що $\sqrt{2}\approx 1{,}4$, $\sqrt{3}\approx 1{,}7$.

Відповідь: ____________________

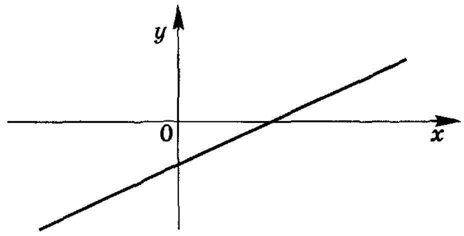
23. Укажіть НАЙМЕНШИЙ ДОДАТНИЙ період функції $y = 2\cos 3x + 3\operatorname{tg} 2x$. Відповідь округліть до сотих, вважаючи, що $\pi \approx 3{,}14$.

Відповідь: ____________________

24. Знайдіть координати точки, яка є центром симетрії кола, заданого рівнянням $x^2 + y^2 + 1{,}5x + 2{,}6y = 0$. У відповідь запишіть СУМУ координат цієї точки.

Відповідь: ____________________

25. На малюнку зображено графік функції $y = kx - b$. Яких значень МОЖУТЬ набувати параметри k і b? У відповідь запишіть НОМЕР правильного варіанта із наведених нижче.



1) $\begin{cases} b<0, \\ k<-1; \end{cases}$ 2) $\begin{cases} b<0, \\ -1<k<0; \end{cases}$ 3) $\begin{cases} b<0, \\ 0<k<1; \end{cases}$ 4) $\begin{cases} b<0, \\ k>1; \end{cases}$

5) $\begin{cases} b>0, \\ k<-1; \end{cases}$ 6) $\begin{cases} b>0, \\ -1<k<0; \end{cases}$ 7) $\begin{cases} b>0, \\ 0<k<1; \end{cases}$ 8) $\begin{cases} b>0, \\ k>1. \end{cases}$

Відповідь: ____________________

26. Знайдіть КІЛЬКІСТЬ розв'язків системи рівнянь $\begin{cases} x^2 + y^2 = 9, \\ |x| + |y| = 4. \end{cases}$

Відповідь: ____________________

27. Розв'яжіть рівняння $\log_{|x|}2 = \log_{x+2}4$. Якщо рівняння має один корінь, то запишіть його у відповідь; якщо рівняння має кілька коренів, то запишіть у відповідь їх ДОБУТОК.

Відповідь: ______________

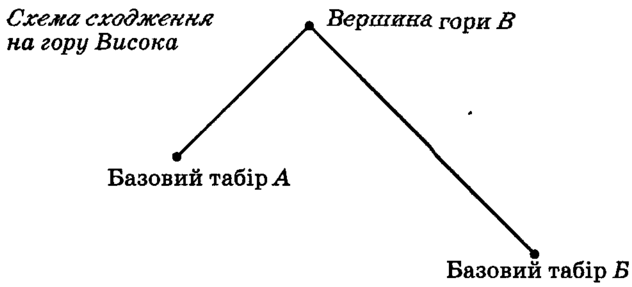
28. Розв'яжіть нерівність $\frac{5-x}{x\cdot|x-1|} \geqslant 0$. У відповідь запишіть КІЛЬКІСТЬ ЦІЛИХ розв'язків цієї нерівності. Якщо цілих розв'язків нерівності безліч, то запишіть у відповідь число 999.

Відповідь: ____________________

29. Розв'яжіть нерівність $\sqrt{x+4\sqrt{x-4}} \leqslant 3{,}5$. Якщо розв'язком нерівності є ОДИН відрізок, то запишіть у відповідь його ДОВЖИНУ, а якщо розв'язком нерівності є ОБ'ЄДНАННЯ КІЛЬКОХ відрізків, то запишіть у відповідь СУМУ їхніх ДОВЖИН.

Відповідь: ____________________

30. Гора Висока має два схили, доступні для організованого сходження туристичних груп (див. схему). Обидва схили (AB і $БВ$) мають однакову крутизну, а тому провідники, які допомагають туристам не заблукати під час сходження, ведуть усі туристичні групи вгору зі сталою швидкістю 2 км/год, а вниз – зі сталою швидкістю 5 км/год. Відомо, що середня швидкість групи, яка прямує за маршрутом $A \to B \to Б$, дорівнює 3,5 км/год, а група, яка прямує за маршрутом $Б \to B \to A$ (довжини обох маршрутів однакові), долає його за 5 год 48 хв. Знайдіть довжину обох маршрутів у кілометрах.

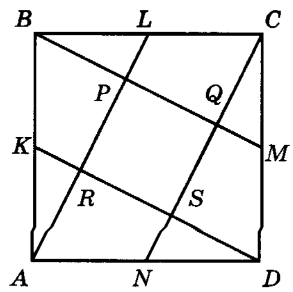


Відповідь: ______________________ км.

31. Знайдіть КОТАНГЕНС меншого з кутів, утворених перетином дотичних, які проведені до графіка функції $y = x^2 + 2x - 3$ у точках перетину цього графіка з віссю абсцис.

Відповідь: ______________________

32. Дано квадрат $ABCD$. Точки K, L, M і N є серединами сторін AB, BC, CD і DA. Точки P, Q, R і S є точками перетину відрізків AL, BM, CN і DK (див. мал.). Знайдіть відношення площі чотирикутника $PQSR$ до площі квадрата $ABCD$.



Відповідь: ______________________

33. *В'єтнамський солом'яний капелюшок пані Софії не пропускає во*ду і має форму конуса, осьовий переріз якого є рівнобедреним трикутником з бічною стороною 20 см і кутом при вершині 120°. Доки пані Софія купалася в морі, її синочок Яша вирішив скористатись капелюшком як відеречком для наповнення підставки до пляжної парасолі. Скільки літрів води зможе набрати у капелюшок Яша, якщо наповнить його вщерть? Відповідь округліть до сотих, вважаючи, що $\pi \approx 3{,}14$.

Відповідь: ______________________

34. Дано три точки: $A(0; -3)$, $B(2; 0)$ і $C(-3; 0)$. На прямій $2x + y = 0$ знайдіть таку точку M, щоб вектори $\overrightarrow{AB}$ і $\overrightarrow{CM}$ були перпендикулярними. У відповідь запишіть ДОБУТОК координат цієї точки.

Відповідь: ______________________

35. На одному з факультетів престижного навчального закладу є три спеціальності з кількістю бюджетних місць 25, 25 і 50 відповідно. Після закінчення прийому документів виявилося, що конкурс на першу спеціальність становив 4,48 особи, на другу спеціальність – 4,32 особи, а на третю – 4,6 особи на одне бюджетне місце. Знайдіть середній конкурс на цьому факультеті, якщо подавати документи можна ЛИШЕ НА ОДНУ спеціальність.

Відповідь: ______________________

Частина 3. ***Розв'язання завдань обґрунтуйте. У разі необхідності проілюструйте виконання таблицями, діаграмами або графіками.***

36. Дано пряму чотирикутну призму $ABCDA_1B_1C_1D_1$, в основі якої лежить ромб $ABCD$ зі стороною a і гострим кутом α ($\angle A = \alpha$). Висота призми дорівнює h. Точки K і P лежать на сторонах AB і AD відповідно, причому $\frac{AK}{AB} = \frac{AP}{AD} = \lambda$. Точка O – точка перетину діагоналей призми. Через точки K, P і O проведено переріз призми. Знайдіть площу цього перерізу.

37. Побудуйте графік рівняння $\log_{x^2+y^2}(4x - 6y) = 1$.

38. Розв'яжіть нерівність $(x^2 - (a+5)x + 9) \cdot \log_a(|x| + a) \leqslant 0$ для всіх допустимих значень параметра a. Знайдіть усі значення параметра a (якщо вони існують), при яких розв'язок нерівності є відрізком завдовжки 2.

Математика

ТРЕНУВАЛЬНИЙ ТЕСТ № 2

Частина 1. ***Оберіть правильну, на вашу думку, відповідь.***

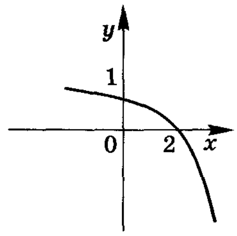
1. Обчисліть значення виразу $\sqrt{\left(\log_{\frac{1}{3}} 9\right)^2}$.

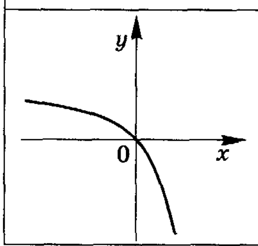
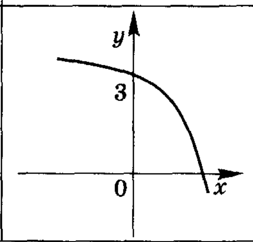
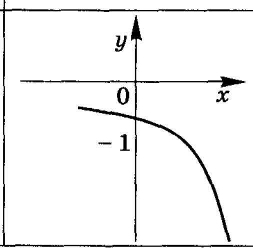
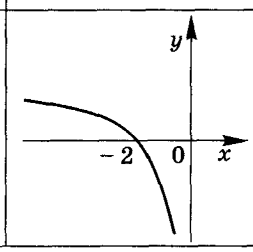
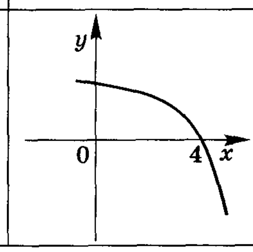
А	Б	В	Г	Д
2	–2	3	–3	інша відповідь

2. Укажіть рівняння, яке має БЕЗЛІЧ коренів.

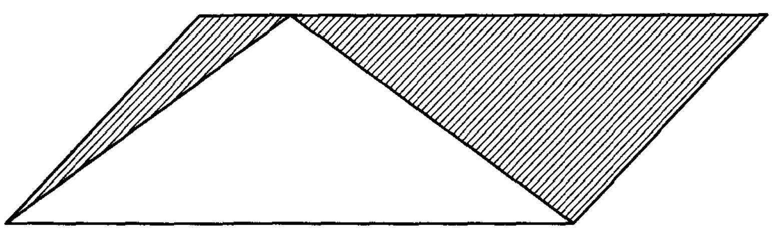
А	Б	В	Г	Д
$3^x = 9$	$\log_9 x = 9$	$x^2 = 9$	$\mathrm{ctg}x = 9$	$\sin x = 9$

3. На малюнку зображено ескіз графіка функції $y = f(x)$. Укажіть ескіз графіка функції $y = f(x + 2)$.



А	Б	В	Г	Д
				

4. Яка частина всієї площі зображеного на малюнку паралелограма є заштрихованою?



А	Б	В	Г	Д
25 %	45 %	50 %	60 %	75 %

5. Розв'яжіть нерівність $ax + 6 > 0$ при $a < 0$.

А	Б	В	Г	Д
$\left(-\infty; \frac{6}{a}\right)$	$\left(-\infty; -\frac{6}{a}\right)$	$\left(-\frac{6}{a}; +\infty\right)$	$\left(\frac{6}{a}; +\infty\right)$	інша відповідь

6. Рон Візлі зібрався злітати в одне містечко на татовій летючій машині. Це містечко знаходиться на відстані 500 км від Ронового будинку. Не помітивши місця посадки, він пролетів зайвих 200 км, а потім повернувся і все-таки потрапив, куди планував. Скільки годин тривав політ, якщо швидкість автомобіля була сталою – 100 км/год?

А	Б	В	Г	Д
5 год	6 год	7 год	8 год	9 год

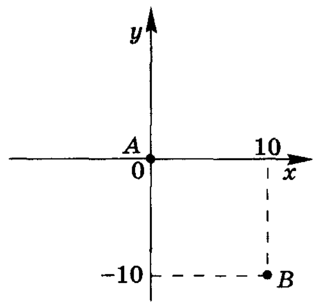
7. Площі поверхонь двох куль відносяться як 1 : 2. Як відносяться їхні об'єми?

А	Б	В	Г	Д
1 : 2	1 : 4	1 : 8	$1:\sqrt{2}$	$1:\sqrt{8}$

8. Знайдіть значення ctgα, якщо $\frac{\sin\alpha-\cos\alpha}{\cos\alpha}=2$.

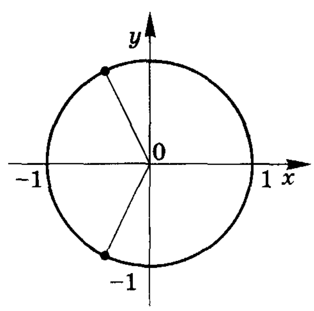
А	Б	В	Г	Д
2	$\frac{1}{2}$	1	$\frac{1}{3}$	3

9. На малюнку зображено дві точки A і B, які належать дотичній, проведеній до графіка функції $y = f(x)$ у точці $M(10; -10)$. Знайдіть $f'(10)$.



А	Б	В	Г	Д
–10	1	0	–1	10

10. Множина розв'язків якого із наведених тригонометричних рівнянь зображена на одиничному колі?



А	Б	В	Г	Д
$\sin x = -0{,}5$	$\cos x = 0{,}5$	$\text{tg}\,x = 0{,}5$	$\sin x = 0{,}5$	$\cos x = -0{,}5$

11. Богданка та Іринка з'їли 12 цукерок, причому Богданка з'їла більше, ніж Іринка. Скільки цукерок МОГЛА з'їсти Іринка?

А	Б	В	Г	Д
5	6	7	8	9

12. Якщо графік НЕПАРНОЇ функції $y = f(x)$ проходить через точку $M(-2; 5)$, то $f(2) = \ldots$

А	Б	В	Г	Д
±2	2	–5	–2	5

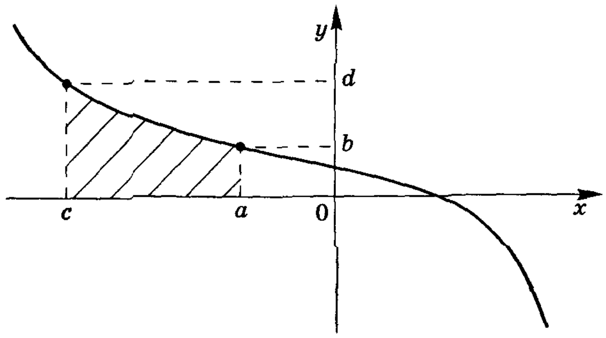
13. У квадраті зі стороною 2 см НАВМАННЯ позначають точку. Яка ймовірність того, що відстань від цієї точки до центра симетрії квадрата НЕ МЕНША за 1 см?

А	Б	В	Г	Д
$\frac{4-\pi}{4}$	$\frac{1}{2}$	0	$\frac{\pi}{4}$	1

14. Розв'яжіть нерівність $\frac{x\cdot|x|}{x}\leqslant 1$.

А	Б	В	Г	Д
$[-1; 0)\cup(0; 1]$	$(-\infty; 1]$	$[-1; 1]$	$(-\infty; 0)\cup(0; 1]$	$(-\infty; -1]\cup[1; +\infty)$

15. На малюнку зображено графік функції $y = f(x)$. Укажіть формулу для обчислення площі заштрихованої криволінійної трапеції, якщо $F(x)$ – первісна функції $f(x)$.



А	Б	В	Г	Д
$F(c) - F(a)$	$F(a) - F(c)$	$F(b) - F(a)$	$F(b) - F(d)$	$F(d) - F(b)$

16. Будівельна компанія у квітні витратила на рекламу $2x$ грн., а у травні – x грн. На скільки відсотків квітневі витрати перевищили травневі?

А	Б	В	Г	Д
на 20 %	на 50 %	на 100 %	на 200 %	на 300 %

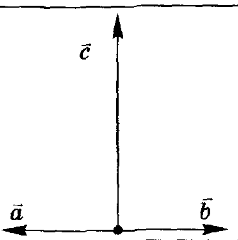
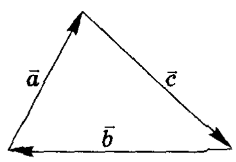
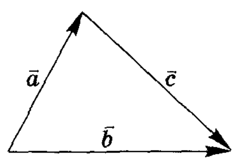
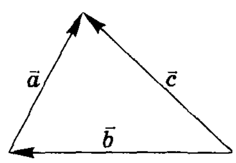
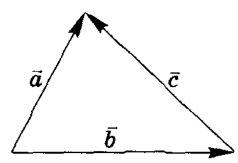
17. Точка E лежить на стороні CD квадрата $ABCD$, $\angle CAE = \angle EAD$. Знайдіть відношення $CE : ED$.

А	Б	В	Г	Д
$\sqrt{3}:1$	$2:1$	$1:1$	$3:2$	$\sqrt{2}:1$

18. Розв'яжіть рівняння $x^4 + 16 = 0$.

А	Б	В	Г	Д
$x = 4$	$x = 2$	$x = \pm 4$	$x = \pm 2$	рівняння не має коренів

19. Укажіть малюнок, на якому зображено вектори $\vec{a}$, $\vec{b}$ і $\vec{c}$ такі, що $\vec{b}-\vec{a}=\vec{c}$.

А	Б	В	Г	Д
				

20. Розв'яжіть нерівність $3 > -\sqrt{4+x^2}$.

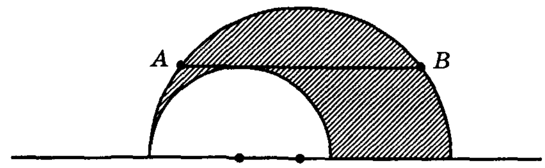
А	Б	В	Г	Д
$(2; +\infty)$	$(-2; 2)$	$(-\infty; +\infty)$	$(-\infty; 2)$	$(-\infty; -2)\cup(2; +\infty)$

Частина 2. ***Запишіть відповідь ДЕСЯТКОВИМ ДРОБОМ.***

21. У одному з навчальних закладів для оцінювання знань з математики використовується 100-бальна рейтингова шкала. Протягом року студент складає 10 тестів, кожен з яких оцінюється рейтингом від 0 до 100 балів. Підсумкова оцінка за рік є середнім арифметичним рейтингів за всі 10 тестів. Відомо, що середнє арифметичне рейтингів студента Михайла за перші шість тестів становить 70 балів. Який НАЙБІЛЬШИЙ бал може отримати Михайло за рік?

Відповідь: ____________________

22. Хорда AB паралельна прямій, на якій лежать центри півкіл і дотикається до меншого з них (див. мал.). Знайдіть довжину хорди AB, якщо площа заштрихованої фігури дорівнює $40{,}5\pi$.



Відповідь: ____________________

23. Знайдіть значення суми $\sqrt{17-6\sqrt{8}}+\sqrt{8\sqrt{2}+12}$.

Відповідь: ____________________

24. На вечірці вальсів було присутньо всього 30 осіб. Марія танцювала вальс із сімома різними партнерами, Ольга – з вісьмома, Віра – з дев'ятьма і т. д. до Наталі, яка танцювала вальс з усіма можливими партнерами. Скільки чоловіків було на вечірці?

Відповідь: ____________________

25. Розв'яжіть рівняння $(x+16)^{\lg(x+16)}=10$. Якщо рівняння має один корінь, то запишіть його у відповідь; якщо рівняння має кілька коренів, то запишіть у відповідь їх СУМУ.

Відповідь: ____________________

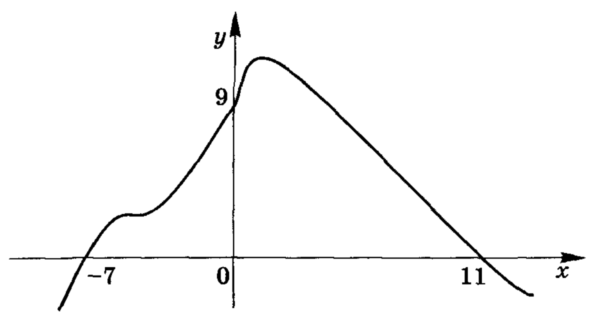
26. Знайдіть НАЙБІЛЬШЕ значення функції $y=\sqrt{\cos^2 x-10\cos x+25}$.

Відповідь: ____________________

27. Укажіть НАЙМЕНШЕ ЦІЛЕ число, яке є розв'язком нерівності $(64-x^2)(|x|+20)>0$.

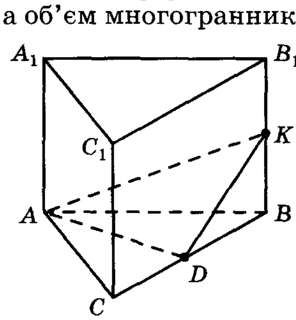
Відповідь: ____________________

28. На малюнку зображено графік функції $y=f(x)$. Обчисліть $\int\limits_0^{11} f'(x)dx-\int\limits_{-7}^{0} f'(x)dx$.



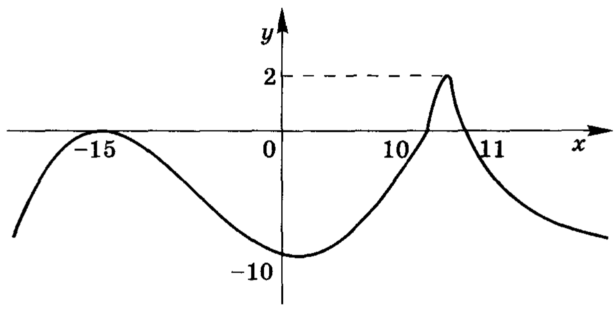
Відповідь: ____________________

29. Знайдіть об'єм прямої призми $ABCA_1B_1C_1$ (див. мал.), якщо AD – медіана трикутника ABC, точка K – середина ребра BB_1, а об'єм многогранника $KABD$ дорівнює 12 см^3.

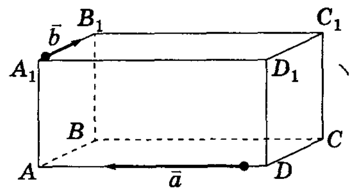


Відповідь: ____________________ см^3.

30. Функція $y=f(x)$ має лише три нулі (див. мал. на с. 64). Знайдіть усі значення параметра a, при яких система рівнянь $\begin{cases} f(x)=|y|, \\ (x-a)^2+y^2=1 \end{cases}$ має ЄДИНИЙ розв'язок. У відповідь запишіть СУМУ цих значень параметра.



Відповідь: ____________________



31. Вектори $\vec{a}(-3; 4; 5)$ і $\vec{b}(2; k; 1)$ лежать на ребрах AD і A_1B_1 прямокутного паралелепіпеда $ABCDA_1B_1C_1D_1$ відповідно (див. мал.). Знайдіть значення параметра k.

Відповідь: ____________________

32. Обчисліть значення виразу $\sin^2 15° + \sin 15° \cdot \sin 75° + \sin^2 75°$.

Відповідь: ____________________

33. Функцію $y = f(x)$ задано формулою $f(x) = 1 + x + x^2 + \ldots + x^n + \ldots$, $x \in (-1; 1)$. Знайдіть $f(0{,}98)$.

Відповідь: ____________________

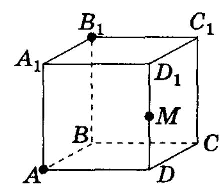
34. Розв'яжіть нерівність $(x+1)\sqrt{x+30} \cdot \sqrt{x+40} \leqslant 0$. Якщо множина розв'язків цієї нерівності є відрізком, то запишіть у відповідь його ДОВЖИНУ; якщо множина розв'язків нерівності є об'єднанням відрізків, то запишіть у відповідь СУМУ їхніх ДОВЖИН.

Відповідь: ____________________

35. Знайдіть ДОБУТОК $x \cdot y$, якщо пара $(x; y)$ є розв'язком системи рівнянь $\begin{cases} 2^{2x} + 2^y = 96, \\ 2^{x+1} + 2^{y-1} = 32. \end{cases}$

Відповідь: ____________________

Частина 3. ***Розв'язання завдань обґрунтуйте. У разі необхідності проілюструйте виконання таблицями, діаграмами або графіками.***



36. Дано куб $ABCDA_1B_1C_1D_1$. Точка M є серединою ребра DD_1. Знайдіть площу перерізу куба площиною, яка проходить через точки A, B_1 і M, якщо ребро куба дорівнює a.

37. Побудуйте графік функції $y = \dfrac{|x| - x}{x}$.

38. Розв'яжіть нерівність $(\sqrt{x} - a) \cdot \log_2(1 - a) \geqslant 0$.

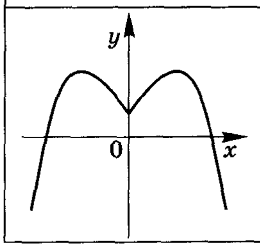
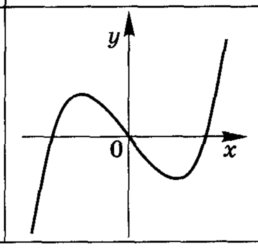
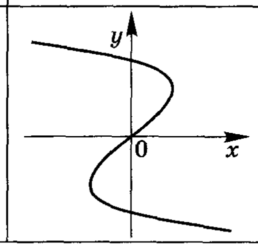
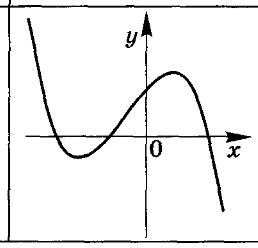
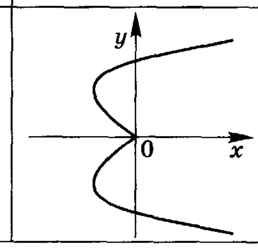
ТРЕНУВАЛЬНИЙ ТЕСТ № 3

Частина 1. ***Оберіть правильну, на вашу думку, відповідь.***

1. Укажіть число, яке МЕНШЕ за 1.

А	Б	В	Г	Д
0,(9)	$\cos 4\pi$	$\log_{0,2}(0,04)$	$\sqrt[100]{1,01}$	$\text{ctg}\,0,5\pi$

2. Укажіть графік непарної функції.

А	Б	В	Г	Д
				

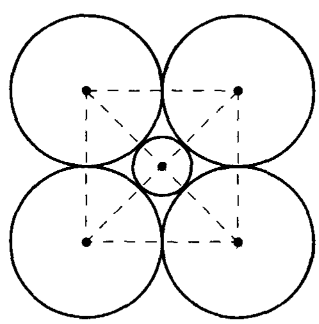
3. Укажіть рівняння, яке має ЄДИНИЙ корінь.

А	Б	В	Г	Д
$2^x = 0,1x$	$\sin x = 0,1x$	$\log_{0,5} x = 0,1x$	$x^4 - 1 = 0,1x$	$\sqrt{x} = 0,1x$

4. Швейна фабрика «Молодість» напередодні 1 вересня оголосила акційну 5 % знижку на шкільну форму. Сім'я Петренків вирішила скористатися такою привабливою пропозицією і придбала у фірмовому магазині цієї фабрики два комплекти шкільної форми. Загальна вартість придбаного товару зі знижкою становила 570 грн. Знайдіть вартість цього ж товару БЕЗ знижки.

А	Б	В	Г	Д
600 грн.	599 грн.	595 грн.	630 грн.	629 грн.

5. Дано чотири кола однакового радіуса R, які попарно дотикаються зовні. Знайдіть радіус r меншого кола, яке дотикається до всіх чотирьох більших кіл так, як показано на малюнку.



А	Б	В	Г	Д
$r = \dfrac{R}{2\sqrt{2}}$	$r = R(2 - \sqrt{2})$	$r = R(\sqrt{2} - 1)$	$r = R(\sqrt{3} - \sqrt{2})$	$r = \dfrac{R}{\sqrt{2}}$

6. Розв'яжіть нерівність $\dfrac{1}{y^2} > 1$.

А	Б	В	Г	Д
$(-\infty; -1) \cup (1; +\infty)$	$(-\infty; -1) \cup (0; 1)$	$(-1; 0) \cup (0; 1)$	$(-1; 0) \cup (1; +\infty)$	$(-1; 1)$

7. Два автомобілі почали рухатися з однієї точки по прямій одночасно в одному напрямі. Перший автомобіль рухався зі швидкістю $v_1 = 3t$ (м/с), а другий – зі швидкістю $v_2 = 2,5t$ (м/с). Яка відстань буде між автомобілями через 10 с після початку руху?

А	Б	В	Г	Д
5 м	10 м	15 м	20 м	25 м

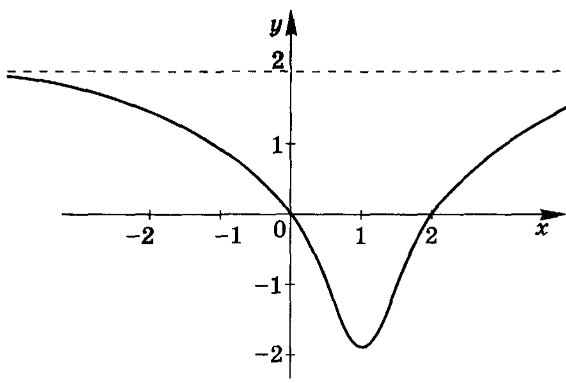
8. Знайдіть НАЙМЕНШИЙ ДОДАТНИЙ корінь рівняння $\operatorname{tg}\frac{\pi}{6}\cdot\operatorname{tg}\left(x-\frac{\pi}{6}\right)=1$.

А	Б	В	Г	Д
$\frac{\pi}{2}$	$\frac{\pi}{3}$	$\frac{\pi}{4}$	$\frac{\pi}{6}$	інша відповідь

9. Який із наведених виразів є квадратом двочлена?

А	Б	В	Г	Д
a^2+4b^2	a^2-4b^2	a^2+4b^2-2ab	a^2+4b^2+4ab	a^2-4b^2-4ab

10. На малюнку зображено графік функції $y=f(x)$, яка монотонно зростає на проміжку $(1;+\infty)$ і монотонно спадає на проміжку $(-\infty;1)$, а $y=2$ – її горизонтальна асимптота. Розв'яжіть нерівність $\log_2 f(x)<1$.



А	Б	В	Г	Д
$(-\infty;+\infty)$	$(-\infty;0)$	$(2;+\infty)$	$(-\infty;0)\cup(2;+\infty)$	$(0;2)$

11. О 16^{00} стрілки годинника, який ІДЕ ПРАВИЛЬНО, утворюють кут 120°. Скільки ще разів до завершення доби (до 24^{00}) стрілки цього годинника утворять цей кут?

А	Б	В	Г	Д
10 разів	11 разів	12 разів	14 разів	16 разів

12. Яке із наведених перетворень потрібно виконати над графіком функції $y=\sin(-2x)$, щоб отримати графік функції $y=\sin\left(-2x+\frac{\pi}{4}\right)$?

А	Б	В	Г	Д
паралельне перенесення на $\frac{\pi}{8}$ одиниць управо	паралельне перенесення на $\frac{\pi}{4}$ одиниць управо	паралельне перенесення на $\frac{\pi}{4}$ одиниць угору	паралельне перенесення на $\frac{\pi}{4}$ одиниць уліво	паралельне перенесення на $\frac{\pi}{8}$ одиниць уліво

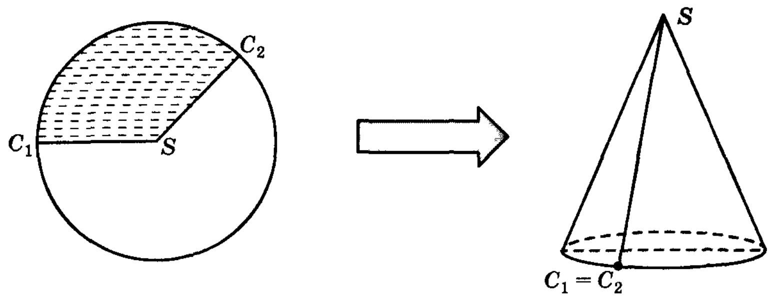
13. Скільки ЦІЛИХ коренів має рівняння $\sqrt{3-x}+\sqrt[8]{x+2}=3$?

А	Б	В	Г	Д
жодного	один	два	три	більше трьох

14. Футболіст Кіндрат Бабайкін є штатним пенальтистом своєї команди, тому він щодня (навіть у неділю!) тренується пробивати пенальті. Кожну неділю він виконує 20 пенальті, а кожного наступного дня збільшує кількість ударів на 10. Скільки 11-метрових штрафних ударів (пенальті) пробиває Кіндрат протягом тижня (з неділі по суботу включно)?

А	Б	В	Г	Д
240	280	300	350	360

15. Із паперового круга радіуса 12 см вирізали сектор із центральним кутом 120° і згорнули його у формі конуса (див. мал.: сектор, який згортали, заштриховано). Знайдіть радіус основи цього конуса.



А	Б	В	Г	Д
3 см	$2\sqrt{3}$ см	4 см	$4\sqrt{2}$ см	6 см

16. Який із наведених проміжків ПОВНІСТЮ міститься у множині розв'язків нерівності $\sqrt{4-x}<3$?

А	Б	В	Г	Д
$[-5; -1]$	$[-6; 0]$	$[4; 9]$	$[3; 5]$	$[1; 4]$

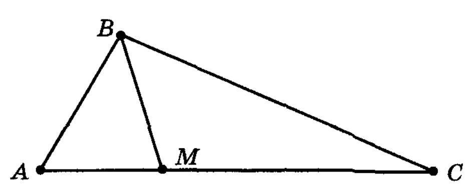
17. П'ятирічна Тетянка знайшла у старому маминому зошиті з математики нерозбірливий запис: «Число 4*2 ділиться і на 3, і на 4» (цифра, яка мала би бути замість зірочки, стерлася). Допоможіть Тетянці дізнатися, яка цифра із наведених МОЖЕ стояти на місці зірочки.

А	Б	В	Г	Д
0	3	5	7	8

18. Дано трикутник з вершинами в точках $K(2;\ 7)$, $L(-2;\ 3)$, $M(2;\ -1)$. Знайдіть довжину медіани LS.

А	Б	В	Г	Д
3	$3\sqrt{2}$	$2\sqrt{3}$	4	$4\sqrt{2}$

19. Дано трикутник ABC, BM – бісектриса. Знайдіть градусну міру кута ABC, якщо $\angle A = 60°$, а $\angle BMC = 110°$.



А	Б	В	Г	Д
90°	95°	100°	105°	110°

20. Після проведення усного екзамену з історії у п'яти випадково вибраних учнів запитали про їхню оцінку з цього іспиту за 12-бальною шкалою. Результати опитування були наступними: 10 балів, 4 бали, 11 балів, 6 балів, 9 балів. Знайдіть медіану цієї вибірки.

А	Б	В	Г	Д
11 балів	9 балів	8 балів	6 балів	4 бали

Частина 2. ***Запишіть відповідь ДЕСЯТКОВИМ ДРОБОМ.***

21. Знайдіть значення виразу $\frac{1}{1+\sqrt{2}}-\frac{1}{\sqrt{3}-\sqrt{2}}-\frac{1}{2+\sqrt{3}}$.

Відповідь: ____________________

22. Знайдіть НАЙБІЛЬШЕ значення функції $y=\frac{9}{x^2+4x+8}$.

Відповідь: ____________________

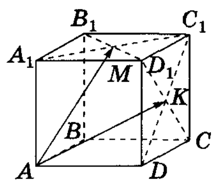
23. Знайдіть усі значення параметра a, при яких рівняння $||x-1|-4|=a^4$ має тільки три корені. Якщо таке значення одне, то запишіть його у відповідь; якщо таких значень кілька, то запишіть у відповідь їх ДОБУТОК.

Відповідь: ____________________

24. За статистичними даними, які є у керівництва туристичного клубу «Екстремал», під час подорожі пустелею вода з каністр фірми «BUCO» випаровується з певною сталою швидкістю. За цими самими даними групі з трьох осіб вистачає води із однієї повної каністри «BUCO» на 16 днів, а групі із п'яти осіб вистачає води із такої самої повної каністри на 10 днів. Скільки каністр «BUCO» потрібно для спорядження туристичної групи із 14 осіб у подорож по пустелі тривалістю 20 днів?

Відповідь: ____________________

25. Дано куб $ABCDA_1B_1C_1D_1$. Точка K – центр (точка перетину діагоналей) грані DD_1C_1C, а точка M – центр грані $A_1B_1C_1D_1$ (див. мал.). Знайдіть косинус кута між векторами $\overrightarrow{AK}$ і $\overrightarrow{AM}$. Відповідь округліть до сотих. (*Вказівка*: для розв'язування задачі використайте метод координат.)

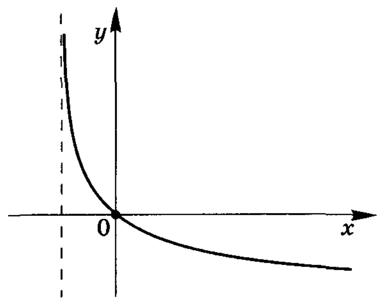


Відповідь: ____________________

26. Розв'яжіть нерівність $\left(\sin\frac{\pi}{3}\right)^{\log_{\sin\frac{\pi}{3}}\left(x^2-x\right)} \leqslant \left(\sin\frac{\pi}{3}\right)^{\log_{\sin\frac{\pi}{3}}(x+8)}$. У відповідь запишіть КІЛЬКІСТЬ цілих розв'язків цієї нерівності.

Відповідь: ____________________

27. На малюнку зображено ескіз графіка функції $y=\log_a(x-b)$. Яких значень МОЖУТЬ набувати параметри a і b? У відповідь запишіть НОМЕР правильного варіанта із наведених нижче.



1) $\begin{cases}0<a<1,\\ b>0;\end{cases}$ 2) $\begin{cases}0<a<1,\\ b=0;\end{cases}$ 3) $\begin{cases}0<a<1,\\ b<0;\end{cases}$ 4) $\begin{cases}a>1,\\ b>0;\end{cases}$ 5) $\begin{cases}a>1,\\ b=0;\end{cases}$ 6) $\begin{cases}a>1,\\ b<0.\end{cases}$

Відповідь: ____________________

28. Дано правильний 12-кутник, навколо якого описано коло і в який вписано коло. Знайдіть периметр цього 12-кутника (у см), якщо площа кільця, утвореного вписаним і описаним колами, дорівнює 9π см^2.

Відповідь: ____________________ см.

29. Основою піраміди є чотирикутник, у який можна вписати коло. Центр цього кола є основою висоти піраміди. Знайдіть повну поверхню піраміди (у см^2), якщо її висота дорівнює 3 см, радіус вписаного в основу кола – 4 см, а площа основи – 60 см^2.

Відповідь: ____________________ см^2.

30. Знайдіть градусну міру кута $\alpha+\beta$, коли відомо, що $\operatorname{tg}\alpha=\frac{4}{3}$, $\operatorname{ctg}\beta=\frac{1}{7}$, $0<\alpha<90°$, $0<\beta<90°$.

Відповідь: ____________________ градусів.

31. Розв'яжіть рівняння $\log_9(2+\cos x)=\log_3\left(\sqrt{2}\sin x\right)$. У відповідь запишіть КІЛЬКІСТЬ коренів цього рівняння, які належать відрізку $[-2\pi;\ 2\pi]$.

Відповідь: ____________________

32. Скільки існує пар чисел $(x_0;\ y_0)$, $x_0\in Z$, $y_0\in Z$, які задовольняють систему нерівностей

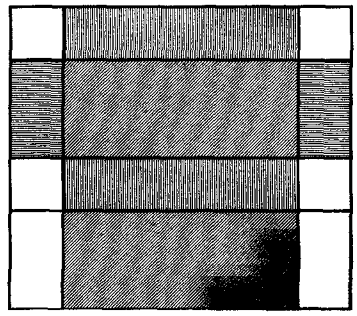
$$\begin{cases}x-2y\leqslant 2,\\ x+2y\leqslant 2,\\ x\geqslant -1?\end{cases}$$

Відповідь: ____________________

33. Знайдіть площу фігури, обмеженої графіком функції $y=\sqrt{2-(x-1)^2}-1$ і осями координат. Відповідь округліть до сотих, скориставшись, у разі необхідності, наближеними рівностями: $\sqrt{2}\approx 1{,}41$, $\sqrt{3}\approx 1{,}73$, $\pi \approx 3{,}14$.

Відповідь: ______________________

34. Знайко вирішив із квадратного аркуша картону зі стороною 90 см виготовити коробку з кришкою НАЙБІЛЬШОГО ОБ'ЄМУ. Знайдіть об'єм цієї коробки у літрах. Для розв'язання задачі можете використати схему, яку Знайко накреслив під час роботи (див. мал.).



Відповідь: ______________________ л.

35. Два надзвичайно пунктуальних джентльмени Джон та Ендрю домовилися зустрітися протягом 5 хв біля Біг Бена. За королівським етикетом кожен із них чекає іншого тільки 3 хв, після чого йде. Знайдіть імовірність того, що Джон та Ендрю зустрінуться, якщо кожен із них час свого приходу обирає навмання.

Відповідь: ______________________

Частина 3. ***Розв'язання завдань обґрунтуйте. У разі необхідності проілюструйте виконання таблицями, діаграмами або графіками.***

36. Дано правильну трикутну піраміду $SABC$, причому точка S є вершиною, а трикутник ABC – основою піраміди. Нехай сторона основи піраміди дорівнює a, а бічне ребро дорівнює $2a$. Через сторону основи AC проведено переріз AKC НАЙМЕНШОЇ ПЛОЩІ (точка K належить ребру SB). Знайдіть:

а) відношення $SK : KB$;

б) площу перерізу;

в) кут φ між площиною перерізу і площиною основи піраміди.

37. Побудуйте графік функції $y=\dfrac{\sqrt[3]{x^9}-x\sqrt{x^2}}{x}$.

38. Розв'яжіть систему рівнянь $\begin{cases} x^2+y^2=4, \\ |ax|+|y|=2. \end{cases}$

ТРЕНУВАЛЬНИЙ ТЕСТ № 4

Частина 1. ***Оберіть правильну, на вашу думку, відповідь.***

1. Якщо a – від'ємне число, то яке із наведених чисел буде НАЙБІЛЬШИМ?

А	Б	В	Г	Д
$5 : a$	$a - 5$	$a \cdot 5$	$5 - a$	$5 + a$

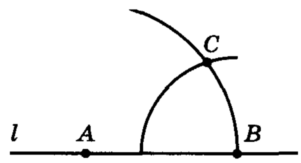
2. Розв'яжіть нерівність $\sqrt{x} < 2^2$.

А	Б	В	Г	Д
(0; 2)	[0; 16)	(0; 4)	[0; 2)	(0; 16)

3. Знайдіть область визначення функції $y = 3\sin 5x$.

А	Б	В	Г	Д
[–5; 5]	[–3; 3]	$\left[-\frac{1}{3}; \frac{1}{3}\right]$	$\left[-\frac{1}{5}; \frac{1}{5}\right]$	$(-\infty; +\infty)$

4. На малюнку зображена дуга кола радіуса R з центром у точці A, яка перетинає пряму l у точці B. Точка C є точкою перетину цієї дуги та дуги кола з центром у точці B і радіуса $r = \frac{R}{2}$. Знайдіть кут BCA.



А	Б	В	Г	Д
$\arccos\frac{1}{2}$	$\arccos\frac{1}{4}$	$\arcsin\frac{1}{2}$	$\arcsin\frac{1}{4}$	відповідь залежить від значення R

5. Розв'яжіть рівняння $(x + 1)^2 + \lvert x - 1\rvert = 0$.

А	Б	В	Г	Д
$x = 0$	$x = 1$	$x = -1$	$x = \pm 1$	рівняння не має коренів

6. Радіус основи конуса зменшили у 3 рази. У скільки разів зменшився об'єм конуса?

А	Б	В	Г	Д
у 3 рази	у 6 разів	у 9 разів	у 18 разів	у 27 разів

7. Який із наведених виразів дорівнює $\log_3(3^2 + 3^3)$?

А	Б	В	Г	Д
$2 + \log_3 4$	3	5	6	$3 + \log_3 12$

8. У Петрика є дві кицьки: Муся і Дуся. Муся з'їдає одна пакет «Wiskas» масою m кг за t днів, Дуся такий самий пакет з'їдає удвічі швидше. Петрик хоче дізнатися, на скільки днів вистачить одного пакета «Wiskas» масою m кг обом кицькам разом. Для цього йому потрібно...

А	Б	В	Г	Д
поділити t на 2	поділити t на 3	помножити t на 2	помножити t на 3	одну з відповідей А–Г домножити на m

9. Розв'яжіть нерівність $\frac{x-2}{x} > \frac{1}{x}$.

А	Б	В	Г	Д
$(-\infty; 0) \cup (0; 3)$	$(1; +\infty)$	(0; 3)	$(3; +\infty)$	$(-\infty; 0) \cup (3; +\infty)$

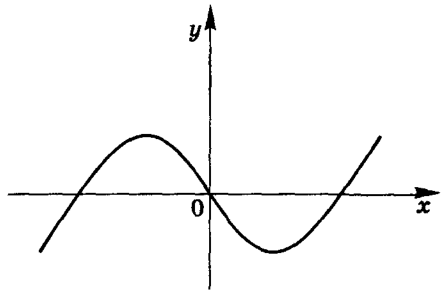
10. Яку геометричну фігуру визначають на координатній площині розв'язки рівняння $(x + 3) \cdot y = x + 3$?

А	Б	В	Г	Д
дві прямі	одну точку	одну пряму	дві точки	інша відповідь

11. Укажіть рівняння прямої, яка МОЖЕ бути дотичною до графіка функції $y = f(x)$ у точці з абсцисою $x_0 = 2$, якщо $f'(2) = -3$.

А	Б	В	Г	Д
$3x + 2y = 0$	$3x - y = 0$	$2x - 3y = 0$	$3x - 2y = 0$	$3x + y = 0$

12. Ескіз графіка якої з функцій зображено на малюнку?



А	Б	В	Г	Д
$y = 3^x$	$y = x^3 - x$	$y = \sin x$	$y = \cos x$	$y = x^3 + 3x$

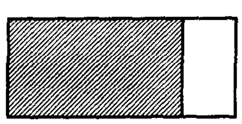
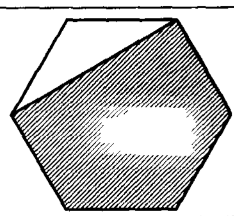
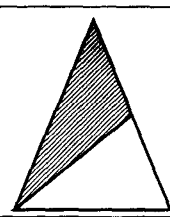
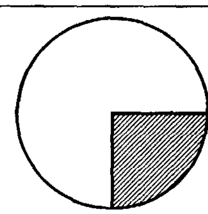
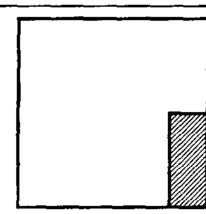
13. Дано два перпендикулярні вектори $\vec{a}(x_1;\, y_1)$ і $\vec{b}(x_2;\, y_2)$ з ненульовими координатами. Укажіть правильну рівність.

А	Б	В	Г	Д
$x_1y_1 = x_2y_2$	$x_1x_2 = y_1y_2$	$x_1y_1 = -x_2y_2$	$x_1x_2 = -y_1y_2$	$x_1y_2 = x_1y_2$

14. Розв'яжіть нерівність $\arccos x < \arccos\frac{1}{6}$.

А	Б	В	Г	Д
$\left(\frac{1}{6};\, +\infty\right)$	$\left(-\infty;\, \frac{1}{6}\right)$	$\left(\frac{1}{6};\, 1\right]$	$\left[-1;\, \frac{1}{6}\right)$	інша відповідь

15. У якої з наведених геометричних фігур площа НЕзаштрихованої частини становить 75% від площі всієї фігури?

А	Б	В	Г	Д
				

16. Обчисліть $\left(\sqrt{2}\right)^6 - \sqrt{(-4)^2}$.

А	Б	В	Г	Д
–2	12	4	0	–4

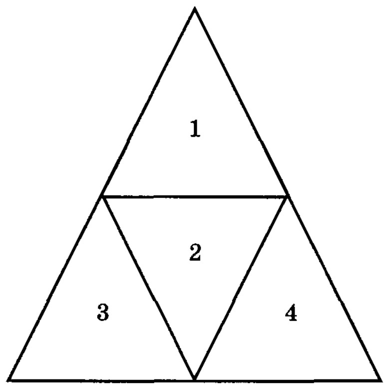
17. На уроці геометрії учні вирізали з паперу різні геометричні фігури. Вчитель Н.А.Очний узяв одну з них і сказав: «Цей чотирикутник – паралелограм». Яке із наведених тверджень про чотирикутник, який знаходиться в руках у Н.А.Очного, ОБОВ'ЯЗКОВО виконуватиметься?

А	Б	В	Г	Д
діагоналі чотирикутника однакові	усі кути чотирикутника однакові	протилежні сторони чотирикутника однакові	сума протилежних кутів чотирикутника дорівнює 180°	усі сторони чотирикутника однакові

18. Якщо k – це кількість коренів рівняння $\mathrm{tg}x = 1000$, то...

А	Б	В	Г	Д
$k = 0$	$0 < k \leqslant 10$	$10 < k \leqslant 100$	$100 < k \leqslant 1000$	$k > 1000$

19. На гранях правильного тетраедра написано числа 1, 2, 3, 4 (див. розгортку). Центр ваги тетраедра зміщено таким чином, що ймовірність падіння тетраедра на певну грань прямо пропорційна числу, написаному на ній. Знайдіть імовірність того, що тетраедр упаде на грань із парним числом.



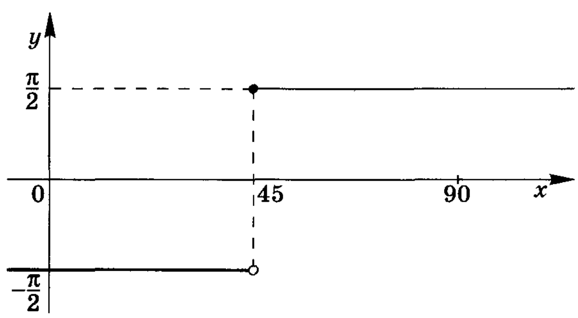
А	Б	В	Г	Д
0,7	0,6	0,5	0,4	0,3

20. Знайдіть НАЙМЕНШЕ ДОДАТНЕ значення параметра a, при якому $\int\limits_0^a \sin x\,dx = 0$.

А	Б	В	Г	Д
$a = 2\pi$	$a = \frac{3\pi}{2}$	$a = \pi$	$a = \frac{\pi}{2}$	$a = \frac{\pi}{4}$

Частина 2. ***Запишіть відповідь ДЕСЯТКОВИМ ДРОБОМ.***

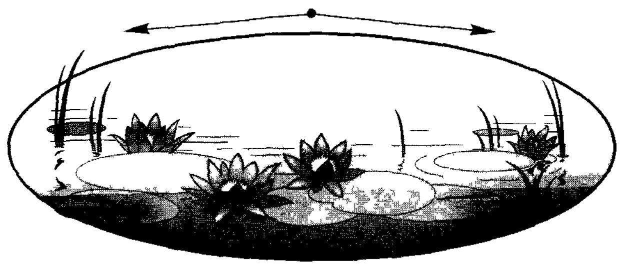
21. На малюнку зображено графік функції $y = f(x)$. Знайдіть значення виразу $45\cos(f(30)) - 30\sin(f(45)) + 60\mathrm{ctg}(f(60))$. У разі необхідності відповідь округліть до десятих, вважаючи, що $\sqrt{3} \approx 1{,}7$, $\sqrt{2} \approx 1{,}4$.



Відповідь: ____________________

22. *Задача Джемшида ібн-Масуда Ал-Каші.* Двоє одночасно пішли від однієї точки у протилежних напрямах берегом озера. Перший проходив щодня 10 миль, а другий пройшов за перший день одну милю, а кожного наступного дня проходив на одну милю більше, ніж попереднього.

Коли двоє знову зустрілися, виявилося, що перший пройшов $\frac{1}{6}$, а другий – $\frac{5}{6}$ довжини берега. Скільки днів пройшло до зустрічі?



Відповідь: ______________________

23. Знайдіть X, якщо $\frac{X}{11}+\frac{X}{22}+\frac{X}{55}=3\left(1+\frac{1}{2}+\frac{1}{5}\right)$.

Відповідь: ______________________

24. Знайдіть НАЙМЕНШИЙ цілий розв'язок нерівності $\log_3\log_5 x^2 \leqslant 1$.

Відповідь: ______________________

25. Розв'яжіть рівняння $\sqrt{x^2+11}+x^2-31=0$. У відповідь запишіть ДОБУТОК усіх його коренів.

Відповідь: ______________________

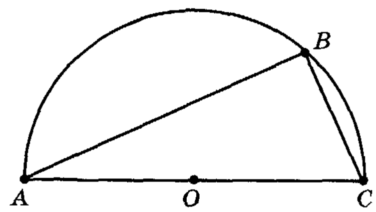
26. Скільки розв'язків має система рівнянь $\begin{cases}\sqrt{16\pi^2-y^2}=-x,\\ \sin x=\sin\pi?\end{cases}$

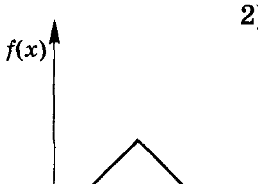
Відповідь: ______________________

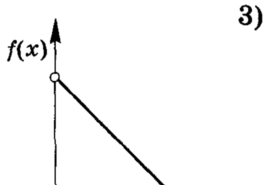
27. Знайдіть НАЙМЕНШЕ значення функції $f(x) = 12\sin x + 5\cos x$.

Відповідь: ______________________

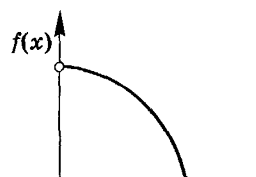
28. На малюнку зображено півколо з центром у точці O. AC – діаметр півкола. Точка B належить цьому півколу. Довжина перпендикуляра, опущеного з точки B на діаметр AC, дорівнює x. Нехай функція $f(x)$ виражає залежність величини кута ABC від довжини перпендикуляра x. Який із наведених графіків МОЖЕ бути графіком функції $f(x)$? У відповідь запишіть НОМЕР цього графіка.

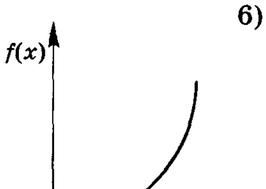


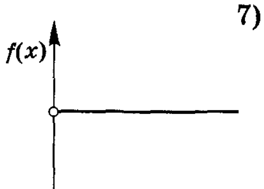
1)


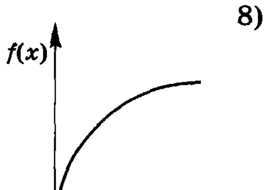
2)


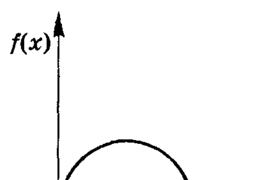
3)


4)


5)


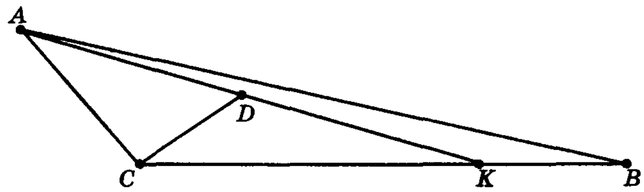
6)


7)


8)


Відповідь: ______________________

29. Площа трикутника CDK дорівнює 55 см^2, $AD = DK$, $BK : BC = 1 : 5$ (див. мал.). Знайдіть площу трикутника ABC.



Відповідь: ____________________ см^2.

30. Розв'яжіть нерівність $(x + 15)|x - 34|(x - 14) \leqslant 0$. У відповідь запишіть СУМУ всіх ЦІЛИХ розв'язків цієї нерівності.

Відповідь: ____________________

31. Обчисліть $\left(\dfrac{10}{\sqrt{5}}\right)^{2+\log_{20}16}$.

Відповідь: ____________________

32. Обчисліть інтеграл $\displaystyle\int_1^4 \frac{x^{\frac{3}{2}} + 2\sqrt{x}}{\sqrt{x}}\,dx$.

Відповідь: ____________________

33. Діагональ правильної чотирикутної призми дорівнює $\sqrt{194}$ см, а діагональ бічної грані – 13 см. Знайдіть площу повної поверхні цієї призми.

Відповідь: ____________________ см^2.

34. Знайдіть $|\vec{b}|^2$, якщо $\begin{cases} 2\vec{a} + \vec{b} = \vec{c}, \\ \vec{a} + \vec{b} = \vec{d}, \end{cases}$ причому $\vec{c}(5; 1; -4)$, а $\vec{d}(-1; 2; -2)$.

Відповідь: ____________________

35. Скільки існує різних значень логарифма $\log_a b$, де числа a і b – прості і не перевищують 25?

Відповідь: ____________________

Частина 3. ***Розв'язання завдань обґрунтуйте. У разі необхідності проілюструйте виконання таблицями, діаграмами або графіками.***

36. Бічне ребро правильної трикутної піраміди удвічі більше за сторону її основи і дорівнює $2a$. Через центр основи паралельно одній із бічних граней проведено площину.

а) Побудуйте цей переріз та з'ясуйте, якою геометричною фігурою він є.

б) Знайдіть кут α між площиною основи піраміди та перерізом.

в) Знайдіть площу S перерізу.

37. Побудуйте графік функції $y = \dfrac{\log_{|x|} 5}{\log_{|x|} 0{,}5}$.

38. Розв'яжіть нерівність $9^{x+1} + 8a \cdot 3^x - a^2 < 0$.

ТРЕНУВАЛЬНИЙ ТЕСТ № 5

Частина 1. ***Оберіть правильну, на вашу думку, відповідь.***

1. Якому проміжку належить число $3 + \cos 3$?

А	Б	В	Г	Д
[0; 2)	[2; 2,5)	[2,5; 3)	[3; 3,5)	[3,5; 9)

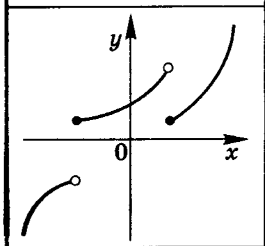
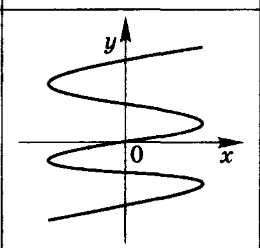
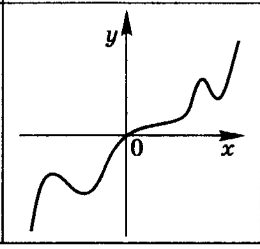
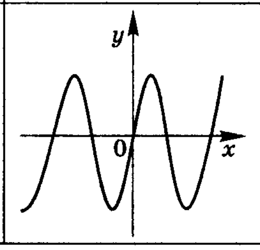
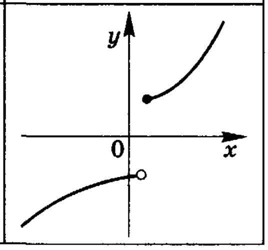
2. Задано три числа $a = \ln 6$, $b = \lg 6$ і $c = \log_2 6$. Впорядкуйте ці числа за зростанням.

А	Б	В	Г	Д
$b < a < c$	$b < c < a$	$a < c < b$	$a < b < c$	$c < a < b$

3. Укажіть твердження, правильне для функції $y = \sqrt{1 - x^2}$.

А	Б	В	Г	Д
функція є непарною	$D(y) \subset E(y)$	$D(y) = E(y)$	$D(y) \supset E(y)$	графіком функції є коло

4. Який із наведених графіків МОЖЕ бути графіком зростаючої функції?

А	Б	В	Г	Д
				

5. Якщо числа x_1 і x_2 є коренями рівняння $2x^2 - 5x + 1 = 0$, то...

А	Б	В	Г	Д
$x_1 + x_2 = -5$	$x_1 \cdot x_2 = -1$	$x_1 + x_2 = 2{,}5$	$x_1 \cdot x_2 = 1$	твердження А–Г неправильні, бо це рівняння не має коренів

6. Тітонька Федора знайшла в одному з жіночих журналів дієту, яка обіцяє схуднення на k грамів щодня. Скільки днів потрібно дотримуватися цієї дієти тітоньці Федорі, щоб схуднути на n кілограмів?

А	Б	В	Г	Д
$\frac{1000n}{k}$ днів	$\frac{100n}{k}$ днів	$\frac{n}{k}$ днів	$\frac{n}{100k}$ днів	$\frac{n}{1000k}$ днів

7. Скільки коренів має рівняння $a \cdot x = 10$ залежно від значень параметра a?

А	Б	В	Г	Д
жодного	жодного або лише один	лише один	жодного або безліч	безліч

8. Розв'яжіть нерівність $\dfrac{\cos x}{\log_9 0{,}3} < \dfrac{1}{\log_9 0{,}3}$.

А	Б	В	Г	Д
$(-\infty; +\infty)$	$(-\infty; \arccos 1)$	$x \neq 2\pi n,\ n \in Z$	$(\arccos 1; +\infty)$	$\varnothing$

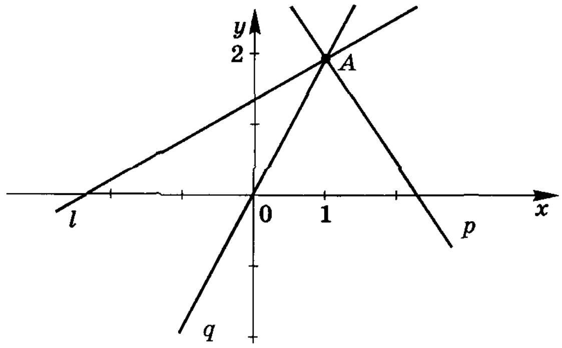
9. Катери переправляють пасажирів з однієї бухти в іншу з інтервалом руху 30 хв, причому на кожному катері за один рейс подорожує тільки 55 пасажирів. Іван зайняв чергу на морському вокзалі о 12^{20} і був 195-м у цій черзі. О котрій годині Іван відправиться на катері, якщо перший катер вийшов з бухти о 9^{00}?

А	Б	В	Г	Д
13^{00}	13^{30}	14^{00}	14^{30}	15^{00}

10. Якщо $2^x > 3$, то ОБОВ'ЯЗКОВО...

А	Б	В	Г	Д
$x < 1$	$x > 1$	$x < 2$	$x > 2$	$x > 3$

11. Графіки функцій $f(x)$, $g(x)$ і $h(x)$ перетинаються у точці $A(1; 2)$. На малюнку зображено три дотичні l, p, q, проведені відповідно до графіків функцій $f(x)$, $g(x)$, $h(x)$ у точці A. Впорядкуйте за зростанням числа $f'(1)$, $g'(1)$ і $h'(1)$.

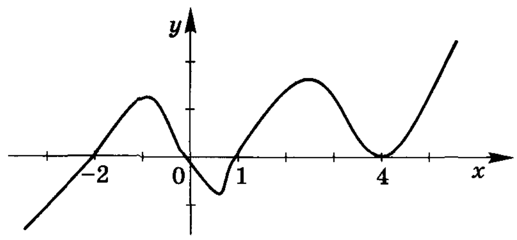


А	Б	В	Г	Д
$g'(1) < f'(1) < h'(1)$	$f'(1) < h'(1) < g'(1)$	$f'(1) < g'(1) < h'(1)$	$h'(1) < f'(1) < g'(1)$	$h'(1) < g'(1) < f'(1)$

12. Задано чотири числа: $11, \sqrt{25}, \frac{38}{2}, \log_3 9$. Скільки з цих чисел є простими?

А	Б	В	Г	Д
жодне	одне	два	три	чотири

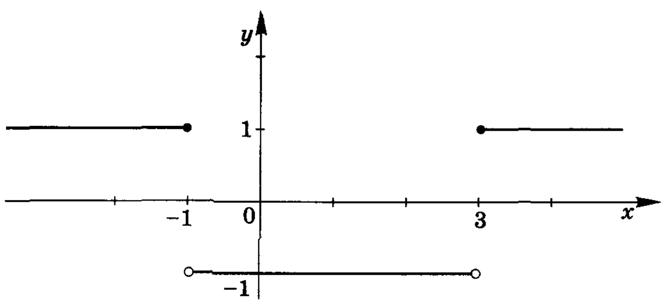
13. На малюнку зображено графік функції $y = f(x)$. Скільки коренів має рівняння $4^{f(x)} = 0$?



А	Б	В	Г	Д
жодного	одне	два	три	більше трьох

14. На малюнку зображено графік функції $y = f(x)$, яка набуває лише двох значень: $y_1 = -1$, $y_2 = 1$. Які з наступних співвідношень є правильними:

1) $\int_0^3 f(x)dx < 0$; 2) $f'(1) < 0$; 3) $\int_{3,5}^{4} f'(x)dx = 0$?

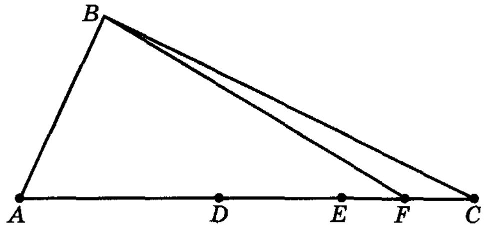


А	Б	В	Г	Д
лише одне із наведених співвідношень правильне	1) і 2)	1) і 3)	2) і 3)	усі наведені співвідношення є правильними

15. Скільки розв'язків має система нерівностей $\begin{cases} x+3\leqslant 8, \\ 3x\geqslant 15? \end{cases}$

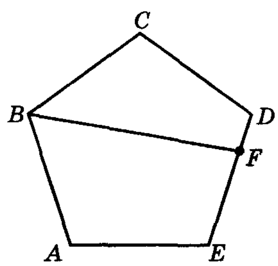
А	Б	В	Г	Д
жодного	один	два	три	більше трьох

16. Точки D, E і F є серединами відрізків AC, DC і EC відповідно (див. мал.). У скільки разів площа трикутника ABF більша за площу трикутника BFC?



А	Б	В	Г	Д
у 4 рази	у 5 разів	у 6 разів	у 7 разів	у 8 разів

17. Знайдіть НАЙБІЛЬШЕ значення кута ABF, якщо точка F лежить на одній із сторін AE, ED, CD або BC правильного п'ятикутника $ABCDE$.



А	Б	В	Г	Д
120°	110°	108°	100°	96°

18. Дано правильний чотирикутник $ABCD$. Серед наведених векторів укажіть той, який має НАЙБІЛЬШУ довжину.

А	Б	В	Г	Д
$\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{BC}$	$\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AC}$	$\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AD}$	$\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{BC}+\overrightarrow{CD}$	$\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{BC}+\overrightarrow{CD}+\overrightarrow{DA}$

19. При якому значенні параметра a через три точки A (a; 0; 0), B (1; 0; 2) і C (1; 0; 3) можна провести три РІЗНІ площини?

А	Б	В	Г	Д
такого значення не існує, оскільки через три різні точки завжди можна провести площину і лише одну	$a = 0$	$a = 1$	$a = 2$	$a = 3$

20. Організатори лотереї «ПУСТУНЧИК» випустили 1000 білетів, серед яких n є виграшними. При якому із наведених значень n імовірність виграшу після випадкового вибору одного білета з 1000 буде НЕ МЕНШОЮ за 20 %?

А	Б	В	Г	Д
при $n = 20$	при $n = 100$	при $n = 120$	при $n = 250$	при всіх значеннях n, наведених у А–Г

Частина 2. ***Запишіть відповідь ДЕСЯТКОВИМ ДРОБОМ.***

21. На скільки відсотків натуральне число a більше від натурального числа b, якщо $\frac{4a^2-5b^2}{ab}=1$?

Відповідь: на ________________ відсотків.

22. Обчисліть суму $\cos\pi + \sin 2\pi + \cos 3\pi + \sin 4\pi + \ldots + \cos 99\pi + \sin 100\pi$.

Відповідь: ____________________

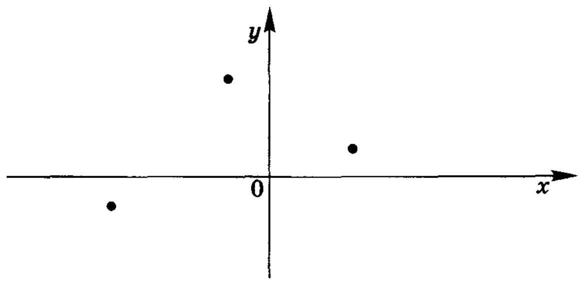
23. Знайдіть НАЙБІЛЬШЕ і НАЙМЕНШЕ значення функції $y=81^{\sin^4 x}\cdot 81^{\cos^4 x}-36^{\sin x\cos x}$. У відповідь запишіть їх СУМУ.

Відповідь: ____________________

24. Обчисліть суму S усіх двоцифрових натуральних чисел, які при діленні на 4 дають остачу 1. У відповідь запишіть ОСТАЧУ від ділення S на 1000.

Відповідь: ____________________

25. На малюнку зображено три точки, які належать графіку квадратичної функції $y = ax^2 + bx + c$ $(a \neq 0)$, причому одна з цих точок є вершиною параболи. Визначте знаки параметрів a, b і c. У відповідь запишіть НОМЕР правильного варіанта із наведених нижче.



1) $\begin{cases} a>0, \\ b>0, \\ c>0; \end{cases}$ 2) $\begin{cases} a>0, \\ b>0, \\ c<0; \end{cases}$ 3) $\begin{cases} a>0, \\ b<0, \\ c>0; \end{cases}$ 4) $\begin{cases} a>0, \\ b<0, \\ c<0; \end{cases}$ 5) $\begin{cases} a<0, \\ b>0, \\ c>0; \end{cases}$ 6) $\begin{cases} a<0, \\ b>0, \\ c<0; \end{cases}$ 7) $\begin{cases} a<0, \\ b<0, \\ c>0; \end{cases}$ 8) $\begin{cases} a<0, \\ b<0, \\ c<0. \end{cases}$

Відповідь: ____________________

26. Знайдіть пару чисел $(x_0; y_0)$, яка задовольняє рівняння

$$\arccos\left(\sqrt{x}-20y\right)+\arcsin\left(\sqrt{x}-16y\right)=1{,}5\pi.$$

У відповідь запишіть СУМУ $x_0 + y_0$.

Відповідь: ____________________

27. Знайдіть значення параметра a, при якому $f(g(x)) = g(f(x))$, якщо $f(x) = 5^x + a$, $g(x) = 2$.

Відповідь: ____________________

28. Знайдіть НАЙБІЛЬШЕ значення суми $x+\frac{1}{x}$, якщо x є коренем рівняння

$$4\left(x^2+\frac{1}{x^2}\right)+15\left(x+\frac{1}{x}\right)-17=0.$$

Відповідь: ____________________

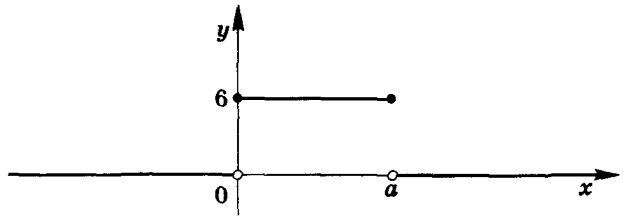
29. Розв'яжіть нерівність $\log_2|x| + \log_2|x+2| \leqslant 3$. У відповідь запишіть СУМУ всіх ЦІЛИХ розв'язків цієї нерівності.

Відповідь: ____________________

30. На малюнку зображено графік функції

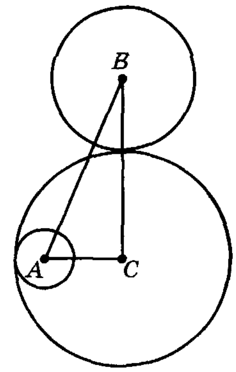
$$f(x)=\begin{cases} 6, \text{ якщо } x\in[0;a], \\ 0, \text{ якщо } x\notin[0;a], \end{cases}$$

де a – деякий параметр, $a \geqslant 0$. Знайдіть НАЙБІЛЬШЕ ЦІЛЕ значення параметра a, при якому рівняння $f(x)=\sqrt{x-10}$ НЕ має коренів.



Відповідь: ____________________

31. Вершини прямокутного трикутника ABC ($\angle C = 90°$) є центрами трьох кіл. Кола з центрами у точках B і C дотикаються зовнішньо, а кола з центрами у точках A і C дотикаються внутрішньо (див. мал.). Радіус кола з центром у точці C дорівнює 1 м, а радіус кола з центром у точці B у 4 рази більший за радіус кола з центром у точці A. Знайдіть радіус кола з центром у точці A (у сантиметрах), при якому площа трикутника ABC буде НАЙБІЛЬШОЮ.



Відповідь: ____________________ **см.**

32. Знайдіть значення дробу $\frac{A}{B}$, де A і B – відповідно коефіцієнти при доданках, які містять вирази $\frac{x^6}{y^{12}}$ та $\frac{x^9}{y^6}$ у розкладі бінома $\left(x-\frac{1}{y^2}\right)^{12}$.

Відповідь: ____________________

33. У одному з фантастичних оповідань молодого письменника-новатора Митрофана Космічного йдеться про спільний проект України, Грузії та Молдови, який передбачає створення штучної атмосфери на астероїді X. Цей астероїд має форму майже ідеальної кулі радіуса 99,5 км. Проект передбачає покриття астероїда X скляною оболонкою, яка підтримуватиметься баштами висотою 500 м кожна. Знайдіть наближене значення об'єму майбутньої штучної атмосфери на астероїді у тисячах км^3. Об'ємами башт знехтуйте. Для обчислень використайте наближену рівність $99{,}5^3 \approx 985\,000$.

Відповідь: ____________________ **тисяч км^3.**

34. Дано два вектори $\vec{a}(-7;\ 0;\ 0)$ і $\vec{b}(0;\ 4;\ 0)$. Знайдіть координати всіх векторів, які мають довжину 6 і перпендикулярні до площини, яку визначають вектори $\vec{a}$ і $\vec{b}$. У відповідь запишіть НАЙМЕНШУ з аплікат цих векторів.

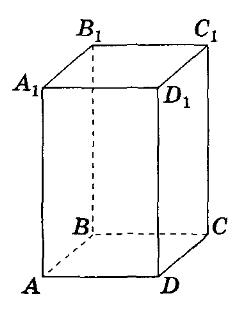
Відповідь: ____________________

35. Якщо два поїзди, які відправляються з одного і того самого пункту одночасно, рухатимуться в одному напрямі, то через 3 год відстань між ними буде 24 км, а якщо ці самі поїзди рухатимуться у протилежних напрямах, то через 3 год відстань між ними буде 624 км. Знайдіть відношення швидкості швидшого поїзда до швидкості повільнішого поїзда.

Відповідь: ____________________

Частина 3. ***Розв'язання завдань обґрунтуйте. У разі необхідності проілюструйте виконання таблицями, діаграмами або графіками.***

36. Основою прямого паралелепіпеда $ABCDA_1B_1C_1D_1$ є квадрат $ABCD$ зі стороною 2 см. Бічне ребро паралелепіпеда дорівнює 6 см. Знайдіть кут φ між медіаною трикутника AA_1D_1, проведеною з вершини A, і діагональним перерізом паралелепіпеда AA_1C_1C.



37. Побудуйте графік рівняння $|y| = \log_{0,5}(x-5)$.

38. Розв'яжіть рівняння $\sin 2x = a(\sin x + \cos x) - 1$.

ВІДПОВІДІ

Тематичні тести

Частина 1

№ завдання \ № тесту	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
1	Д	А	А	В	Г	Г	Д	В	А	Г
2	Г	Б	Д	Д	Б	В	В	Г	В	Д
3	Б	В	Г	Б	Б	Д	Г	Д	Г	Б
4	А	Г	В	А	В	Г	Д	Г	Б	Г
5	А	Г	В	В	Д	В	В	А	Д	А
6	Б	В	Б	А	А	Г	Г	Б	В	Г
7	В	Д	Г	Б	Д	Б	Г	Б	Б	Б
8	В	Д	А	Д	Г	А	Г	А	Д	Д
9	Г	А	Д	Д	В	А	Д	Д	А	Б
10	Д	В	А	В	В	А	А	Г	Г	В
11	В	А	В	Б	А	В	Б	А	Д	А
12	Д	Б	Д	А	Г	Д	Д	В	В	В

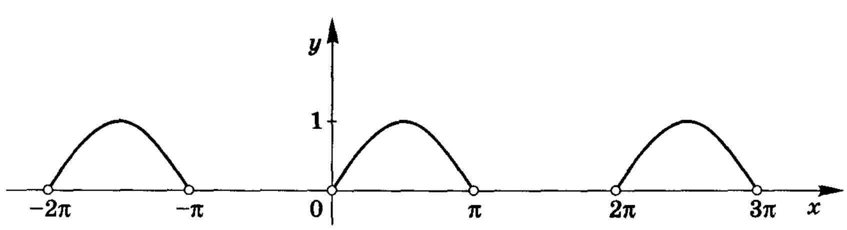
Частина 2

№ завдання \ № тесту	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
13	37	6	−4	9	8	19	64	45	10	0,375
14	6	2	0,1	1	3,5	8	2,8	3	15	0,64
15	−6	72	−2	16	15	81	10	90	−16	0,42
16	0,28	7	7	3	9	−3	55	135	32,5	0,049
17	4	6	−16	1,5	5	−2	122,5	11,5	69	0,98
18	19	2	16	151	55	6,5	2	1,33	5	20

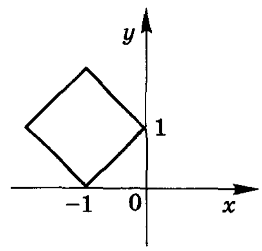
Частина 3

Тест № 1
19. 2.
20. $b < a < c$.

Тест № 2
19. а) $D(\varphi) = (2\pi n;\ \pi + 2\pi n),\ n \in Z$; б) $E(\varphi) = (0;\ 1]$.



20. $S = 2$ кв. од.



Тест № 3

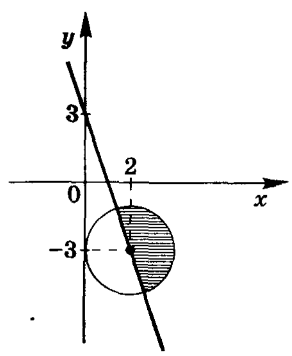
19. $x_1 = 2,\ x_{2,3} = \dfrac{-7 \pm \sqrt{57}}{2}.$

20. При $a = 1$: $x = \dfrac{\pi}{2} + \pi n,\ n \in Z$. Найменший додатний корінь $x_{min+} = \dfrac{\pi}{2}$, найбільший від'ємний корінь $x_{max-} = -\dfrac{\pi}{2}$. Рівняння має корені при $a \in [-1;\ 0) \cup (0;\ 1]$.

Тест № 4

19. Якщо $a \in (0;\ 1)$, то $x \in [\log_a 5;\ \log_a 0{,}5]$; якщо $a \in (1;\ +\infty)$, то $x \in [\log_a 0{,}5;\ \log_a 5]$. Розв'язок нерівності є відрізком завдовжки 2 при $a = \sqrt{10}$ і при $a = \dfrac{1}{\sqrt{10}}$.

20. При $a > 13$ такої геометричної фігури не існує (вона є порожньою множиною); при $a = 13$ – одна точка $M(2;\ -3)$; при $a < 13$ – горизонтально заштрихований на малюнку півкруг з центром у точці M і радіусом $R = \sqrt{13 - a}$ (зокрема, на малюнку зображено випадок для $a = 9$). Для $a < 13$ можна знайти площу геометричної фігури: вона дорівнює $\dfrac{13 - a}{2}\pi$ кв. од.



Тест № 5

19. а) $0{,}3a$ л кефіру жирністю 6 %; $0{,}7a$ л кефіру жирністю 1 %; б) за таких умов отримати кефір жирністю 2,5 % неможливо.

20. Аліса перекопала б усе Поле Чудес сама за $8a$ год, а Базиліо справився б з тією самою роботою за $10a$ год.

Тест № 6

19. При $|a| > 128$ рівняння має один корінь; при $a = \pm 128$ рівняння має два корені; при $|a| < 128$ рівняння має три корені.

20. Дно є квадратом зі стороною 8 м, висота басейну дорівнює 4 м.

Тест № 7

19. $P = 2b + \sqrt{a^2 + b^2} + \dfrac{a^2 - b^2}{a}$ см.

Тест № 8

19. а) $3\sqrt{3} : \pi$; б) $\pi : 2\sqrt{2}$.

Тест № 9

19. а) $\overline{AS}\cdot\overline{AH}=\frac{a^2}{3}$; б) $a\in(3\sqrt{2};\ +\infty)$.

Тест № 10

19. а) Більш імовірною є своєчасна сплата податків підприємством C; б) $c = 0{,}375$.

20. а) 0,82; б) $\frac{16}{41}$.

Тренувальні тести

Частина 1

№ завдання \ № тесту	1	2	3	4	5
1	Г	А	Д	Г	Б
2	В	Г	Б	Б	А
3	Г	А	В	Д	Г
4	Б	В	А	Б	Д
5	А	Б	В	Д	В
6	Д	Д	В	В	А
7	В	Д	Д	А	Б
8	В	Г	А	Б	Д
9	Д	Г	Г	Д	В
10	Б	Д	Г	А	Б
11	А	А	Б	Д	Г
12	В	В	А	Б	Д
13	Г	А	Б	Г	А
14	В	А	Г	В	В
15	Б	Б	В	Г	Б
16	Б	В	Д	В	Г
17	А	Д	Б	В	В
18	В	Д	Г	Д	Б
19	Г	В	В	Б	В
20	Д	В	Б	А	Г

Частина 2

№ завдання \ № тесту	1	2	3	4	5
21	21	82	–3	–30	25
22	–0,5	18	2,25	99	–50
23	6,28	5	–2	33	83

№ тесту / № завдання	1	2	3	4	5
24	–2,05	18	6	–11	210
25	7	–21,9	0,83	–25	7
26	8	6	5	9	81,5
27	2	–7	3	–13	–23
28	4	–18	72	6	1,25
29	2,25	144	135	137,5	–5
30	14	–9	135	19	45
31	1,875	0,25	4	80	37,5
32	0,2	1,25	8	13,5	–4,2
33	3,14	50	0,57	290	62,8
34	–4,5	29	27	58	–6
35	4,5	15	0,84	73	1,08

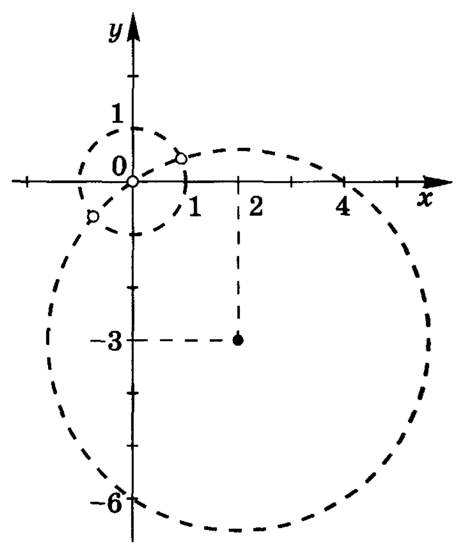
Частина 3

Тест № 1

36. Шуканим перерізом є шестикутник, площа якого

$$S=(1+\lambda)\cdot a\cdot \sin\tfrac{\alpha}{2}\cdot\sqrt{h^2+4(1-\lambda)^2a^2\cos^2\tfrac{\alpha}{2}}.$$

37. Графіком рівняння є коло з центром у точці (2; –3) і радіусом $r=\sqrt{13}$, з якого вилучено точку (0; 0) і точки перетину цього кола з колом радіуса 1 з центром у початку координат (див. мал.).



38. Допустимі значення параметра: $a\in(0;\,1)\cup(1;\,+\infty)$.
Розв'язок: при $a\in(0;\,1)$ $x\in(-\infty;\,a-1]\cup[1-a;\,+\infty)$;

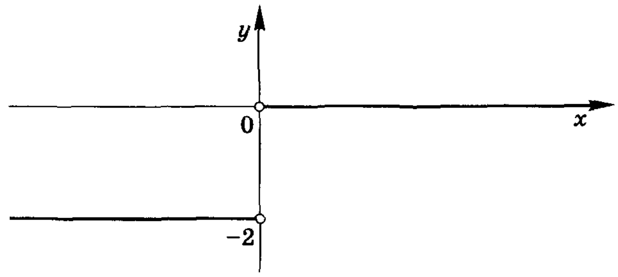
при $a\in(1;\,+\infty)$ $x\in\left[\dfrac{a+5-\sqrt{a^2+10a-11}}{2};\ \dfrac{a+5+\sqrt{a^2+10a-11}}{2}\right]$.

Розв'язок є відрізком завдовжки 2 при $a=-5+2\sqrt{10}$.

Тест № 2

36. $\dfrac{9a^2}{8}$.

37. Графік складається з двох променів, паралельних осі абсцис (див. мал.).

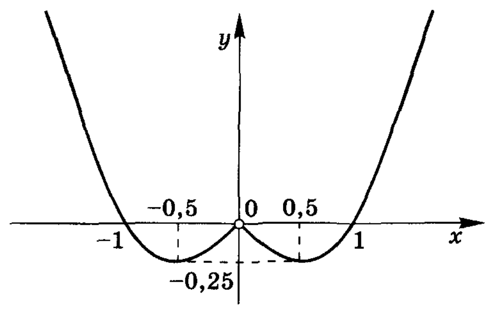


38. Допустимі значення параметра: $a \in (-\infty; 1)$. Якщо $a \in (-\infty; 0]$, то $x \in [0; +\infty)$; якщо $a \in (0; 1)$, то $x \in [0; a^2]$.

Тест № 3

36. а) $SK : KB = 7 : 1$; б) $\dfrac{a^2\sqrt{11}}{8}$ кв. од.; в) $\varphi = \arccos\sqrt{\dfrac{11}{12}}$.

37. Шуканий графік складається із фрагментів двох парабол. Початок координат вилучено.



38. Якщо $a = 0$ або $a \in (-\infty; -1) \cup (1; +\infty)$, то маємо 2 розв'язки: $\begin{cases} x = 0, \\ y = -2 \end{cases}$ або $\begin{cases} x = 0, \\ y = 2; \end{cases}$

якщо $a = 1$, то маємо 4 розв'язки: $\begin{cases} x = 0, \\ y = -2; \end{cases}$ $\begin{cases} x = 0, \\ y = 2; \end{cases}$ $\begin{cases} x = -2, \\ y = 0; \end{cases}$ $\begin{cases} x = 2, \\ y = 0; \end{cases}$

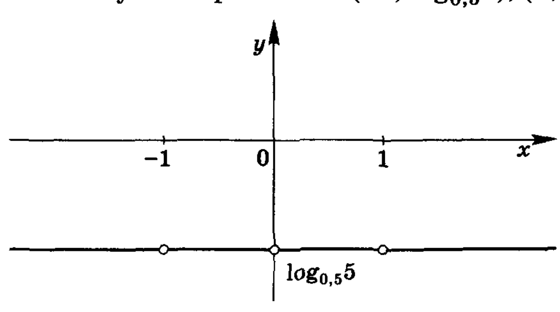
якщо $a \in (-1; 0) \cup (0; 1)$, то маємо 6 розв'язків: $\begin{cases} x = 0, \\ y = -2; \end{cases}$ $\begin{cases} x = 0, \\ y = 2; \end{cases}$

$$\begin{cases} x = \dfrac{4|a|}{1+a^2}, \\ y = 2\left(\dfrac{1-a^2}{1+a^2}\right); \end{cases} \begin{cases} x = \dfrac{4|a|}{1+a^2}, \\ y = -2\left(\dfrac{1-a^2}{1+a^2}\right); \end{cases} \begin{cases} x = -\dfrac{4|a|}{1+a^2}, \\ y = 2\left(\dfrac{1-a^2}{1+a^2}\right); \end{cases} \begin{cases} x = -\dfrac{4|a|}{1+a^2}, \\ y = -2\left(\dfrac{1-a^2}{1+a^2}\right). \end{cases}$$

Тест № 4

36. а) Рівнобедрений трикутник; б) $\alpha = \operatorname{arctg} 2\sqrt{11}$; в) $S = \dfrac{\sqrt{15}}{9}a^2$.

37. Графіком є пряма, з якої вилучено три точки: $(-1; \log_{0,5}5)$, $(0; \log_{0,5}5)$ і $(1; \log_{0,5}5)$.

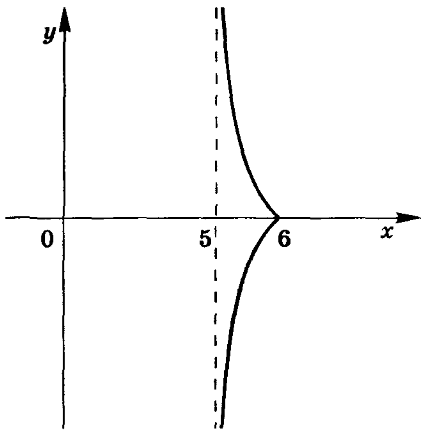


38. Якщо $a < 0$, то $x \in (-\infty;\ \log_3(-a))$; якщо $a > 0$, то $x \in (-\infty;\ -2 + \log_3 a)$; якщо $a = 0$, то нерівність не має розв'язків.

Тест № 5

36. $\varphi = \arcsin\dfrac{1}{\sqrt{74}}$.

37.



38. Якщо $a \in [-\sqrt{2}; 0) \cup (0; \sqrt{2}]$, то $x = -\dfrac{\pi}{4} + (-1)^n \arcsin\dfrac{a}{\sqrt{2}} + \pi n,\ n \in Z$ і $x = -\dfrac{\pi}{4} + \pi n,\ n \in Z$;

якщо $a \in (-\infty;\ -\sqrt{2}) \cup \{0\} \cup (\sqrt{2};\ +\infty)$ то $x = -\dfrac{\pi}{4} + \pi n,\ n \in Z$.

ЗМІСТ

Навчальне видання

Юрій Олексійович ЗАХАРІЙЧЕНКО
Олександр Володимирович ШКОЛЬНИЙ

МАТЕМАТИКА

ЗБІРНИК ТЕСТОВИХ ЗАВДАНЬ
для підготовки до зовнішнього незалежного оцінювання

Схвалено для використання у навчально-виховному процесі

Редактори *О. Мовчан, Н. Дашко*
Обкладинка *С. Железняк*
Технічні малюнки *В. Марущинця*
Технічний редактор *В. Олійник*
Комп'ютерна верстка *Д. Поліщук*
Коректори *І. Іванюсь, А. Кравченко*

Здано на виробництво і підписано до друку 10.12.2007 р.
Формат $60\times84/_8$. Папір офсетний. Друк офсетний.
Гарнітура Шкільна. Умовн. друк. арк. 12,09.
Умовн. фарбо-відб. 12,09. Обл.-вид. арк. 7,83.
Наклад 20 000 прим.
Вид. № 781.
Зам. № 7219.

Видавництво «Генеза»,
04212, м. Київ-212, вул.Тимошенка, 2-л.
Свідоцтво серія ДК № 25 від 31.03.2000 р.

Віддруковано з готових позитивів на
ДП «Державна картографічна фабрика»,
21100, м. Вінниця, вул. 600-річчя, 19.
Свідоцтво серія ДК № 869 від 26.03.2002 р.